

分类号\_\_\_\_\_

学号 M201370824

学校代码 10487

密级\_\_\_\_\_

华中科技大学  
硕士学位论文

基于有限元法的定向凝固过程温度场  
数值模拟的研究

学位申请人：曹流

学科专业：材料工程

指导教师：廖敦明 教授

答辩日期：2015年05月19日

**A Thesis Submitted in Partial Fully Fulfillment of the  
Requirements for the Degree of Master of Engineering**

**Numerical Simulation of Temperature Field  
during Directional Solidification Based on  
Finite Element Method**

**Candidate : Cao Liu**

**Major : Materials Engineering**

**Supervisor : Prof. Liao Dunming**

**Huazhong University of Science & Technology**

**Wuhan 430074, P.R.China**

**May, 2015**

# 华中科技大学硕士学位论文

---

---

## 独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除文中已经标明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的研究成果。对本文的研究做出贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到，本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者签名：

日期： 年 月 日

## 学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权华中科技大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

本论文属于  保密，在\_\_\_\_\_年解密后适用本授权书。  
 不保密。

(请在以上方框内打“√”)

学位论文作者签名：

日期： 年 月 日

指导教师签名：

日期： 年 月 日

---

## 摘要

在航空航天领域中，主要采用定向凝固工艺生产涡轮叶片，而高性能的涡轮叶片一直是阻碍我国实现“大飞机”梦的最大障碍。实际定向凝固过程是十分复杂的材料成形过程，而且需要特别考虑辐射换热的影响。采用定向凝固温度场模拟技术，能够对铸件在凝固过程中的温度场演变过程进行有效的分析，预测可能出现的缺陷，为优化定向凝固工艺提供理论指导。本文对有限元定向凝固温度场数值模拟所涉及的各个方面进行了深入研究，包括定向凝固温度场数学建模、有限元数值求解、液态金属冷却液换热处理和定向凝固温度场分析判据等，开发了有限元定向凝固温度场数值模拟系统。

首先，由于辐射换热在定向凝固温度场数值模拟中需要重点考虑，采用射线追踪法对其进行处理，并结合计算机图形学得到辐射换热边界条件的控制方程。通过对定向凝固过程进行一系列相对合理的假设和简化，建立了定向凝固过程的温度场模型，根据有限元数值计算理论，结合定向凝固过程温度场的控制方程和边界条件，详细地推导出定向凝固过程温度场数值模拟的有限元离散过程和求解方法。

其次，采用等效比热法和温度校正方法共同处理铸件潜热，使其满足能量守恒原则。针对定向凝固工艺的随型型壳边界，采用智能化查找型壳内外表面的算法，自动区分各材质的内外表面，避免用户手动选择的繁琐操作，并采用盒子树法处理各个接触表面对流换热边界条件，能够在不过多要求网格质量的基础上，较为合理地处理各材质间的对流换热边界条件。由于 LMC (Liquid Metal Cooling) 工艺中型壳会逐渐浸入液态金属冷却液，为了避免直接求解所带来的网格重新划分难题，采用随时间和温度变化的等效换热系数来处理型壳与冷却液间的换热。实际定向凝固过程中需要避免等轴晶即杂晶的出现，为了对 HRS (High Rate Solidification) 和 LMC 定向凝固温度场模拟结果进行分析，采用  $G/L$  判据来预测铸件可能出现杂晶的部位。同时，为了保证有限元模拟系统的计算效率，提出局部矩阵的概念，在有限元程序处理过程中分开组装各材质的计算矩阵。通过实现上述各关键技术，开发了有限元

# 华中科技大学硕士学位论文

---

---

HRS 和 LMC 定向凝固温度场数值模拟系统。

最后，分别采用温度场数值模拟系统和通用化有限元平台 ANSYS 计算典型工字件的空冷过程温度场，对比发现两者的计算结果基本一致，验证了本文温度场数值模拟系统中有限元算法的准确性。采用温度场数值模拟系统计算一组熔模铸造工艺的温度场，其中初始方案由于阀盖件中部散热条件差，模拟结果预测其中部会出现缩孔缩松缺陷，通过实际生产得以验证。改进工艺之后，加快了阀盖件中部的降温速率，消除了孔松缺陷，实际也生产出合格的阀盖件，验证了温度场数值模拟系统的实用性。采用定向凝固温度场数值模拟系统对带冠涡轮叶片分别进行 HRS 和 LMC 工艺模拟，并通过设置不同的抽拉速度进行多方案分析，模拟结果与实际过程相吻合，证明了本文的有限元定向凝固温度场数值模拟系统的可靠性，能够为实际定向凝固生产提供科学指导。

**关键词：**定向凝固，数值模拟，有限元法，高速凝固法，液态金属冷却法，辐射换热，盒子树法，G/L 判据

## Abstract

The directional solidification (DS) craft is applied to produce turbine blades mostly in aviation and space, and the lack of high-performance blades is always the biggest obstacle of the “Big Airplane Dream”. Numerous complex reaction processes are included in the actual DS process, especially the effect of radiation. The evolution of temperature field and the possible defects can be analyzed efficiently by the technology of temperature field simulation, so the DS craft can be optimized. All aspects of the simulation of temperature field during DS process by Finite Element Method (FEM) have been intensely researched in the paper, including the mathematic model, the numerical solving by FEM, the boundary dispose of the cooling liquid, the criterion of the analysis of DS temperature field and so on, at the end, the simulation system of DS temperature field has been developed.

Firstly, because of the vital effect of radiation, the governing equation of radiation heat transfer is obtained by ray tracing method and computer graphics. The mathematic model of DS process has been gotten with several relatively reasonable hypotheses, and, by combining the numerical theory of FEM with the governing formulas and boundary conditions, the FEM discrete process and solving method have been deduced in detail.

Secondly, in order to meet the law of conservation energy, the latent heat has been handled becomingly with the equivalent specific heat method and the rectification of temperature. In allusion to the irregular shuttering of DS craft, an arithmetic which can distinguish the inner and outer surfaces intelligently is adopted to avoid the tedious work by manual operation. And the convective heat transfer boundaries of whole contact surfaces are been disposed exactly with the box-tree method, even on the condition of coarse mesh. As the shuttering is immersed into the cooling liquid gradually in LMC (Liquid Metal Cooling) craft, the problem of grid re-mesh will arise if we solve it directly, and a temperature- and time-dependent heat-transfer coefficient is used to represent the

heat convection between the shuttering and the cooling liquid. In the analysis of HRS (High Rate Solidification) and LMC temperature fields, the criterion G/L has been used for forecasting the possible mixed crystal. At the same time, for the sake of guaranteeing the computational efficiency, the concept of mixed-matrix has been proposed, which means assembling each material's matrix separately. Then, the temperature-field simulation system of HRS and LMC DS process has been developed in the paper.

In the end, the temperature field of a typical I-shaped specimen during air cooling is calculated by the self-developed program, which matches well with the result calculated by ANSYS, so the correctness of the FEM algorithm in the temperature program has been verified. The temperature fields of a pair of investment casting techniques are also calculated by the self-developed program. The simulated results of the initial project predict the shrinkage porosity in the center of the cover piece, which matches well with the actual product. The improved technique which quickens the center's cooling rate eliminates the defects in both the simulated result and actual product, so the feasibility of the temperature program has been verified. Then a turbine blade's temperature fields of HRS and LMC processes with different draw speeds are calculated, which accord real process. The reliability of the DS temperature-field system has been verified, and it can provide guidance for the actual production of DS.

**Keywords:** Directional solidification, Numerical simulation, Finite element method, High rate solidification method, Liquid metal cooling method, Radiation heat transfer, Box-tree method, G/L criterion

目 录

摘 要 .....	I
Abstract .....	III
<b>1 绪论</b>	
1.1 课题的背景和意义 .....	1
1.2 国内外研究现状 .....	3
1.3 本文的研究内容和研究目标 .....	9
<b>2 有限元定向凝固过程温度场数学模型及数值计算方法</b>	
2.1 引言 .....	13
2.2 铸造过程温度场数值模拟的有限元离散与求解方法 .....	14
2.3 辐射换热边界的有限元离散及数值计算方法 .....	21
2.4 铸件潜热处理 .....	31
2.5 本章小结 .....	34
<b>3 有限元定向凝固过程温度场关键技术</b>	
3.1 引言 .....	35
3.2 智能化换热边界处理 .....	36
3.3 LMC 液态金属冷却液边界处理 .....	41
3.4 定向凝固温度场 G/L 判据 .....	46
3.5 有限元局部矩阵处理 .....	47
3.6 有限元 HRS 和 LMC 定向凝固温度场数值模拟模块 .....	48
3.7 本章小结 .....	51
<b>4 有限元铸造温度场数值模拟系统的实验验证</b>	
4.1 引言 .....	53
4.2 温度场数值模拟系统算法验证 .....	54
4.3 熔模铸造工艺的温度场数值模拟与实验验证 .....	57



# 华中科技大学硕士学位论文

---

---

4.4 本章小结 .....	65
<b>5 有限元定向凝固过程温度场模拟案例测算</b>	
5.1 引言 .....	66
5.2 HRS 和 LMC 定向凝固过程温度场模拟参数设置 .....	67
5.3 HRS 和 LMC 定向凝固过程温度场模拟结果分析 .....	71
5.4 本章小结 .....	84
<b>6 结论和展望</b>	
6.1 全文结论 .....	85
6.2 研究展望 .....	86
<b>致 谢 .....</b>	<b>87</b>
<b>参考文献 .....</b>	<b>88</b>
<b>附录 I 攻读硕士学位期间发表的论文 .....</b>	<b>94</b>

## 1 绪论

### 1.1 课题的背景和意义

铸造是当今制造业的基础，是最重要的金属成形工艺之一，在推动国民经济发展中起着举足轻重的作用，能源、交通、机械制造、航空航天、化工以及各个领域都对其提出了巨大的需求。2006年以来，中国已成为世界第一的铸件生产国，但离铸造强国还有很大的差距，对于很多具有特殊要求的铸件，我们仍然依赖进口。尤其是在航空航天领域，航空发动机的涡轮叶片成为阻碍我国实现“大飞机”梦的最大障碍。因此，努力提高我国的铸造技术，加大我国在国际铸造产业的竞争力，一直以来是广大铸造科研工作者的一个重要科研目标<sup>[1,2]</sup>。

实际铸造过程是十分复杂的材料成形过程，其中包含许多复杂的化学和物理变化以及相互间的影响。与其他加工成形过程（如焊接和锻压）相比，铸造工艺能够生产具有比较复杂几何外形的零件。实际生产中为了保证获得合格的铸件，经常会采用辅助的工艺方法，如冒口、冒口套、浇道、冷铁、过滤网等。对于叶片类铸件的生产，甚至还要求真空的铸造环境<sup>[3]</sup>。复杂的铸造系统往往由具有复杂几何外形的铸件和复杂铸造工艺组成，使得铸造过程中的流动场分布、温度场分布及应力场分布受到各个工艺细节的影响。

在过去的铸造生产中，由于铸造工艺的复杂性以及无法看到铸造过程，人们无法知道铸造过程中铸件的状态，如金属液的充型顺序、铸件的凝固顺序以及铸件各部位的受力状况等，使得人们很难将铸造工艺与最终铸件的各种铸造缺陷联系起来。实际生产过程中，人们往往根据自己的经验知识，并采用传统的试错法，从而得到合适的铸造工艺。这种生产方式使得铸造过程成本高、周期长、生产效率非常低，而且很难得到最优的铸造工艺。

随着计算机技术的快速发展，铸造生产也逐渐引入先进的智能化和信息化技术，在信息化技术的辅助下，传统的铸造工艺设计和铸造生产过程得到了很好的改进<sup>[4]</sup>。

将实际铸造生产与计算机数值模拟相结合，学者们发展出了针对铸造过程的数值模拟技术<sup>[5,6]</sup>。借助于计算机模拟技术，人们可以提前在虚拟的计算机世界里观测铸件在各个时刻的变化，提前知道铸件的各种铸造缺陷及其产生的过程。通过在计算机上实现“试错法”，可以大大减少铸造生产的成本和周期，显著地提高了生产效率，通过数值模拟技术发现各个工艺的可能缺陷，对缺陷进行分析，进而优化铸造工艺得到合适的生产工艺，在实际的铸造生产中直接得到合格的产品<sup>[7]</sup>。

对于铸造过程而言，人们最为关心的 3 个过程为：金属液的充型过程、铸件与周围环境的换热过程以及铸件在凝固过程中的受力变化过程。在铸造数值模拟中，有流动场、温度场以及应力场模块与之一一对应<sup>[8,9]</sup>。其中，温度场模拟作为铸造过程数值模拟的基础已经较为成熟，并在实际生产中得到应用，能够较为准确地模拟出铸件的传热凝固行为，得到铸件的凝固顺序以及可能的铸造缺陷。

在铸造数值模拟的领域中，国内外已经有一些商品化软件，如国外的 ProCAST<sup>[10]</sup>和 MAGMASOFT<sup>[11]</sup>等大型专业软件包，国内的华铸 CAE<sup>[12]</sup>商业化软件平台等，能够对铸造过程中的流动场、温度场以及应力场进行较为全面的计算分析。对于一般铸造过程，采用较为成熟的商业化软件，基本上可以满足铸造工艺设计者的需求，但对于定向凝固过程而言，由于其铸造工艺的特殊性，使得绝大多数商业化软件无法实现定向凝固过程的数值模拟。ProCAST 可以进行定向凝固过程的数值模拟计算<sup>[47,48]</sup>，但是由于此软件中没有针对定向凝固的专门模块，使得此软件中定向凝固模拟计算的设置较为复杂。另外，定向凝固技术几乎只用于叶片类铸件的生产，使得定向凝固技术成为制造航空发动机的关键技术，相比与国外发达国家，我国的定向凝固技术一直处于追赶的状态。为了对定向凝固过程数值模拟技术进行深入的研究，本文致力于开发具有独立自主知识产权的定向凝固过程温度场数值模拟系统，为我国实现“大飞机”梦贡献自己的一份力量！

定向凝固工艺作为特殊的熔模铸造工艺，型壳具有不规则复杂表面，加上定向凝固工艺过程需要特别考虑辐射换热的影响，因此，本文采用有限元法自主开发定向凝固过程温度场数值模拟系统，能够智能化地处理复杂铸造工艺的换热边界，以及

铸件铸型与炉体间的辐射换热，对定向凝固过程中铸件的凝固过程进行分析，达到指导实际定向凝固生产的目的。下面小节将分为两个部分对国内外研究现状进行概述，最后对本文的定向凝固过程温度场数值模拟系统进行总体介绍。

## 1.2 国内外研究现状

普通铸造工艺得到的铸件一般由无定向的多晶体组成，在蠕变以及高温疲劳的过程中，裂纹产生和扩展的主要部位往往是垂直于主应力方向的横向晶界，这即是高温工作下涡轮叶片的薄弱环节。所谓定向凝固，指的是通过一定的温度控制，使得铸型中高温合金熔体在凝固的过程中生成几乎相互平行的柱状晶甚至单晶。采用定向凝固工艺生产的叶片，可以大大提高其受力和耐温的能力<sup>[13]</sup>。通过定向凝固技术，可以较好地消除横向晶界，控制凝固组织的晶粒取向，显著地提高材料的纵向力学性能，已然成为富有生命力的生产手段，代表生产航空发动机涡轮叶片的现代水平<sup>[14]</sup>。

### 1.2.1 定向凝固工艺研究现状

#### (1) 定向凝固高温合金

20 世纪 60 年代，美国 Pratt & Whitney 航空公司的 VerSnyder<sup>[15]</sup>等人发现，高温应力下产生裂纹的“主源”是普通铸造多晶合金中与应力轴相垂直的晶界，并在这种思想的指导下逐渐产生了高温合金定向凝固技术，并形成了定向凝固高温合金。定向凝固高温合金的发展初期，基本上采用普通铸造合金成分，使用较多的有：MAR-M200、PWA1422、MGA1400、TMD-5 和 IN-792Hf 等，形成了第一代定向凝固高温合金。其中在定向凝固高温合金 MAR-M200 基础上发展的 PWA1422，不仅有良好的塑性和中高温蠕变断裂强度，且显著提高了热疲劳性能，在现代的工业燃气轮机和航空发动机中得到广泛应用<sup>[16-19]</sup>。20 世纪 80 年代末至 90 年代初，美国和俄罗斯相继研发出第二代定向凝固高温合金，如：Rene142、CM186LC、PWA1462 和 Rene150 等。第二代单晶高温合金相比与第一代单晶高温合金，其承温能力提高了

28~35℃<sup>[20,21]</sup>。21世纪以来,日本金属材料研究所相继研发出了第三代定向凝固高温合金 TMD-103 和第四代定向凝固高温合金 TMD-107,在高温蠕变强度和组织稳定性方面有了进一步的提高<sup>[22,23]</sup>。

20世纪60年代末以来,我国先后仿制和自制了将近几十个牌号的具有较高性能的定向凝固高温合金。我国的第一代单晶高温合金已经研发成熟,多种牌号的高温合金已经成功应用于研发和服役的发动机上,而且已经开始进行第二代单晶高温合金的研究。40年以来,北京航空材料研究院一直处于我国定向凝固高温合金研制的领先水平,已研制出定向凝固高温合金二十多种,成为我国定向凝固高温合金系列的主体部分<sup>[24]</sup>。图 1-1 为北京航空材料研究院各时期的单晶高温合金与国外同类合金的性能比较。

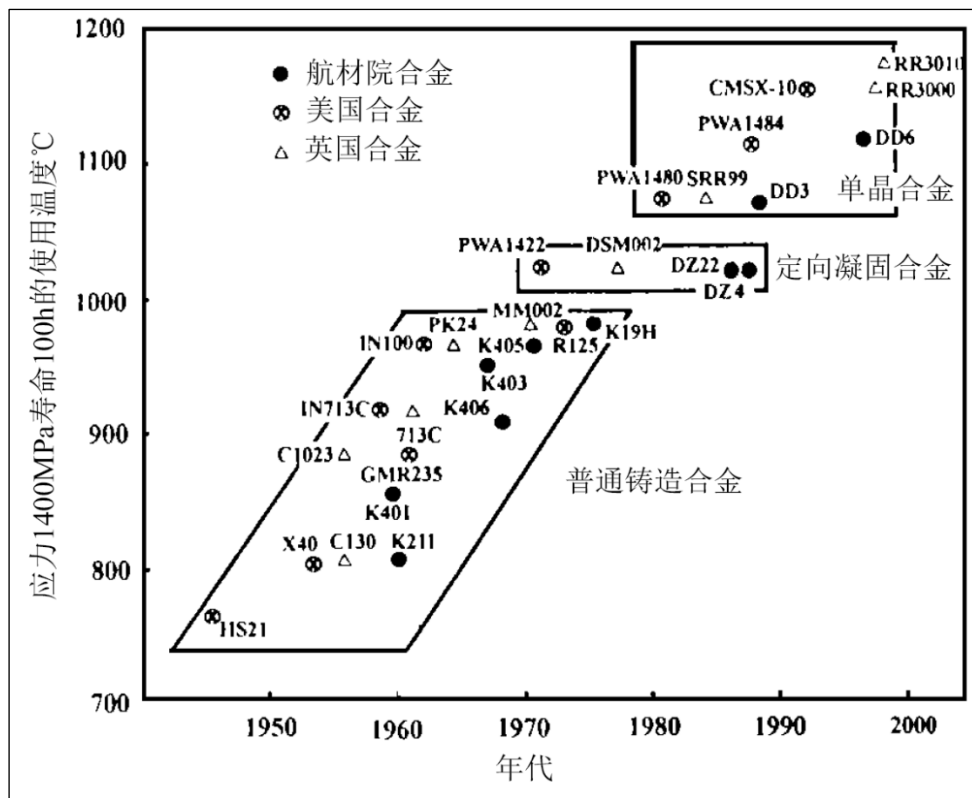


图 1-1 北京航空材料研究院各时期的单晶高温合金的温度能力与国外同类合金的比较<sup>[24]</sup>

## (2) 定向凝固生产工艺

控制热流是定向凝固技术中的重要环节,定向凝固成功的重要保证在于获得并保持单向热流<sup>[25]</sup>。随着不同热流控制技术(不同的加热及冷却方式)的发展,定向凝固技术经历了:发热铸型法、功率降低法(FD法)、高速凝固法(HRS法)、液态金属冷却法(LMC法)等的发展历程<sup>[26-29]</sup>。近30年以来,随着传统定向凝固技术日益成熟,为了进一步获得细化材料,提高定向凝固过程中的冷却速率,研究人员研制出一系列的新型定向凝固技术,包括:超高温温度梯度定向凝固(ZMLMC)、电磁约束成形定向凝固(DSEMS)、单晶连铸技术、深过冷定向凝固(DUDS)、经熔体热处理的定向凝固、激光超高温温度梯度快速定向凝固(LRM)等<sup>[30-32]</sup>。目前来说,新型定向凝固技术仍然处于实验室研究阶段,实际应用于工业生产的定向凝固技术有:高速凝固法(High Rate Solidification, HRS法)以及液态金属冷却法(Liquid Metal Cooling, LMC法),本文的自主开发研究工作也是针对这两种较为成熟的定向凝固技术展开的,下面对这两种定向凝固技术进行详细介绍。

为了改善在加热器关闭之后,功率降低法冷却速率较慢的缺点,于是在 Bridgman 晶体生长技术的基础上开发了一种新的定向凝固技术,即高速凝固法(HRS法),HRS法的示意图如图 1-2b 所示。该方法的特点是:整个定向凝固过程在一个封闭的炉体中进行,炉体分为上加热区和下冷却区两个部分,上加热区的炉壁布置加热线圈,下冷却区的炉壁一直通有冷却水,浇注高温合金金属液之后,型壳以一定的速度从加热区移出,通过型壳与下冷却区的辐射换热作用获得较高的温度梯度和冷却速率,所获得的柱状晶的间距较长,组织细密且较均匀,提高了铸件的性能,在生产中有一定的应用。

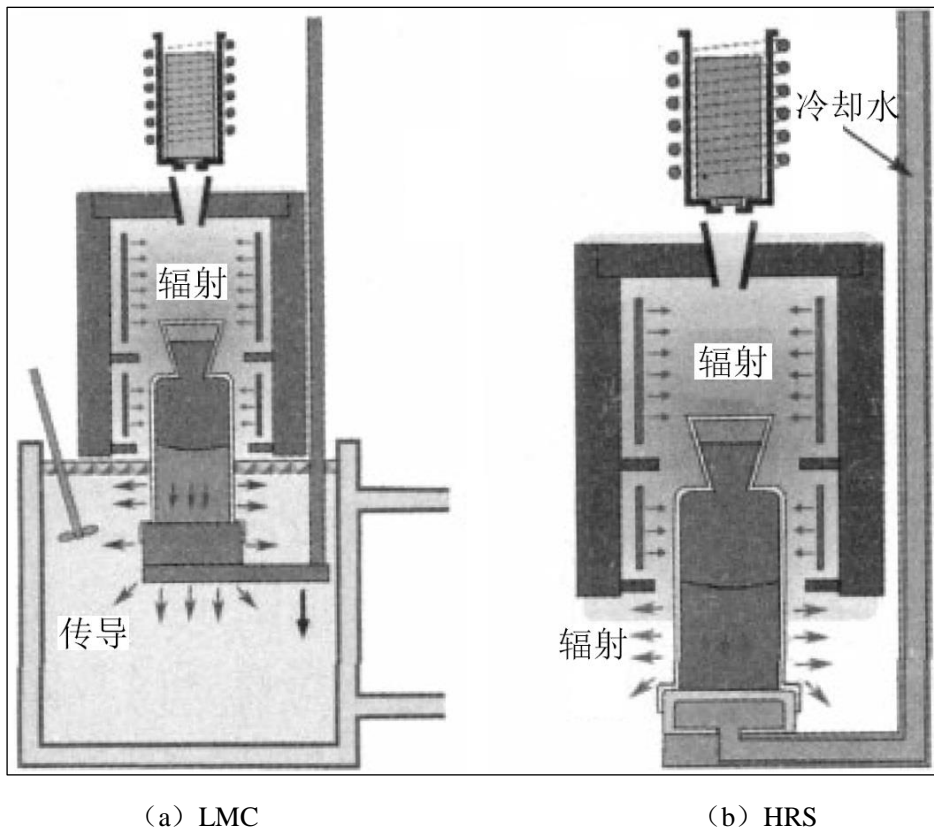


图 1-2 HRS 与 LMC 工艺示意图<sup>[33]</sup>

HRS 法过程中型壳通过与下冷却区的辐射换热进行冷却，使得铸件所能获得的冷却速率和温度梯度都是很有限的。为了获得更高的凝固速率和温度梯度，在 HRS 法的基础上，将抽拉出的铸件和型壳部分浸入具有高热导率、高沸点、大热容量、低熔点的液态金属中，进而形成一种新的定向凝固技术，液态金属冷却法(LMC 法)。LMC 法提高了铸件的固液界面的温度梯度和铸件的冷却速率，而且在较大的生长速度范围内可以使液固界面前沿的温度梯度保持稳定状态，结晶可以在稳态下进行，能够得到比较长的单向柱晶甚至单晶<sup>[34-36]</sup>。LMC 法中常用的液态金属有 Ga-In 合金、Ga-In-Sn 合金、Sn 液以及 Al 液，前两者熔点低，但价格昂贵，因此只在实验室条件下使用，工业生产中一般采用 Sn 液和 Al 液，冷却效果也比较好。

## 1.2.2 定向凝固过程数值模拟研究现状

### (1) 铸造数值模拟方法

在铸造过程数值模拟领域中，最常用的数值模拟方法有：有限差分法（Finite Difference Method, FDM）以及有限元法（Finite Element Method, FEM）<sup>[9]</sup>。有限差分法常用于流动场和温度场计算，而有限元法常用于温度场和应力场计算。下面详细介绍这两种数值模拟方法，并说明 FEM 在定向凝固过程数值模拟的优势。

#### 1) 有限差分法

FDM 是求解微分方程中的一种经典方法，其概念清晰，且易于计算，此数值算法拥有很长的应用历史，FDM 的基本思想是：在每个基本单元内将微分方程做近似处理，采用差商来近似代替微分，此方法舍去了微分泰勒展开式中的高阶项，使得微分方程转变为易于求解的线性方程组。

FDM 在求解流动场和温度场上有较大的优势，其求解速度快，而且计算相对容易收敛。传统的 FDM 中采用正规的六面体结构化网格，对于复杂几何模型中的曲面均采用阶梯状的差分网格来近似处理，会产生一定的误差。在 FDM 的基础上，科研工作者们相继发展出了直接差分法（DFDM）以及有限体积法（FVM），这两种方法可以采用非结构化网格进行计算，其基本思想、离散方式和求解方法与 FDM 是类似和相通的。

上世纪 60 年代，丹麦的 Forsund 最先开始采用 FDM 对铸造过程温度场进行数值模拟计算，并应用到实际的工业生产中<sup>[37-40]</sup>。目前开发出来的铸造数值模拟软件大多数采用 FDM 及发展出来的 FVM 进行流动和传热数值分析，进而计算铸造过程中的流动场和温度场，其中包括：德国的 MAGMASOFT<sup>[41]</sup>、美国的 Flow3D、清华大学的 FT-STAR<sup>[42-45]</sup>以及华中科技大学的华铸 CAE<sup>[46]</sup>等，计算已经非常成熟和稳定。

#### 2) 有限元法

FEM 常用于求解微分方程，FEM 的基本思想是：在每个基本单元内采用插值多项式代替微分方程的解，接着通过泛函变分或者虚功原理将微分方程离散为线性方



程组，最后以对单元节点插值的方式来得到计算区域内微分方程的近似解。

相比与 FDM，FEM 有以下两个优势：由于采用非结构化的网格，使得 FEM 能够精确的处理复杂曲面边界，从而实现统一处理多种边界条件；由于 FEM 中插值函数可以采用不同阶次，使得能够得到较高的数值模拟精度。FEM 相比与 FDM 也有其劣势所在：对于流动场的数值模拟计算，FEM 还存在一些原理问题有待进一步的研究；FEM 网格的划分过程比 FDM 网格划分要困难的多。

相比与一般铸造过程，定向凝固过程具有特殊的铸造工艺：(a) 整个铸造过程在一个真空封闭炉体内进行，炉体分为上加热区和下冷却区；(b) 定向凝固过程中铸件和型壳的加热完全由上加热区的热辐射作用控制，铸件和型壳的冷却取决于下冷却区的辐射作用 (HRS) 或者液态金属冷却液的热对流作用 (LMC)；(c) 定向凝固工艺中包括一些特殊部件，如辐射挡板、液态金属冷却液、水冷结晶器等；(d) 定向凝固工艺中铸件和型壳需要进行抽拉运动。同时由于定向凝固工艺作为特殊的熔模铸造工艺，其铸件几何模型基本上是带有复杂曲面的叶片类模型，故型壳往往具有不规则复杂曲面。因此，为了较好的拟合定向凝固铸件的曲面，而且准确地处理辐射换热作用以及各个特殊部件，本文采用 FEM 进行定向凝固过程的数值模拟自主开发。

## (2) 定向凝固过程数值模拟

目前国内外在定向凝固过程数值模拟方面进行了比较多的研究工作，数值模拟研究内容基本上集中在宏观温度场、应力场以及微观晶粒组织上，而且定向凝固工艺基本上集中在 HRS 和 LMC。其中宏观温度场应力场的数值模拟工作主要是在商业铸造软件 ProCAST 的平台上完成的。北京航空材料研究院的薛明<sup>[49]</sup>等人，通过模拟 HRS 过程中叶片、陶瓷型芯以及陶瓷型壳的温度场，结合陶瓷的膨胀特点，对空心叶片中陶瓷型芯的定位进行了设计。清华大学的洪耀武<sup>[50]</sup>等人，采用商用化软件对 HRS 过程中的简化空心叶片进行了数值模拟，分析了空心叶片在定向凝固过程中的热应力变化情况，模拟过程中做了一定的简化处理。

在针对定向凝固过程自主开发方面，国内清华大学做了一定的工作<sup>[51-52]</sup>，崔锴<sup>[51]</sup>

等人采用改进型的 Monte Carlo 射线追踪法处理辐射换热，并结合定向凝固的特点从而回避了传统辐射换热计算中需要直接计算角系数，将此方法嵌入自行开发的模拟软件之中，对定向凝固过程温度场进行了模拟计算，但其自主开发工作仅限于 HRS 过程，而且其数值算法采用 FDM，对定向凝固过程温度场的模拟精度有一定的影响。

随着微观组织模拟在铸造数值模拟中逐渐推广，国内外学者们对定向凝固过程中微观组织演化也进行了一定的研究<sup>[53-56]</sup>。图 1-3 为清华大学的许庆彦<sup>[54]</sup>等人模拟计算得到的晶粒生长过程。Kermanpur<sup>[56]</sup>采用商用化软件对空心涡轮叶片进行了三维模拟，采用了随温度和时间变化的热传导系数，对采用 LMC 工艺制备的叶片晶粒组织进行了模拟，求出了最佳抽拉速率。目前微观组织的研究仍然在二元、三元的合金水平，与实际情况存在较大的差距，需要进一步的研究。

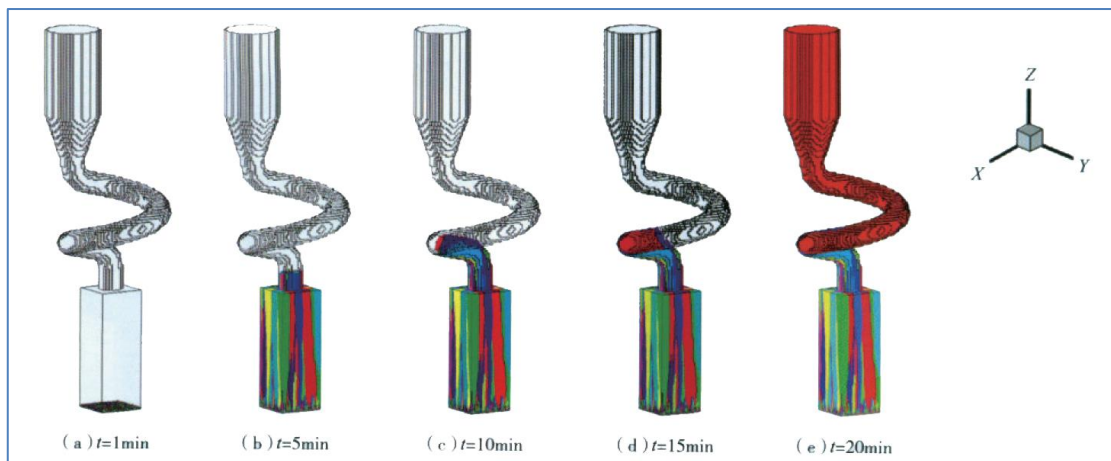
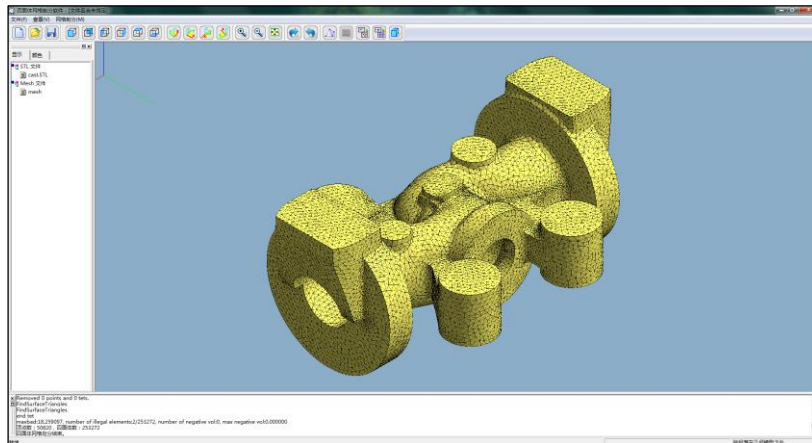


图 1-3 选晶器内晶粒生长过程数值模拟<sup>[54]</sup>

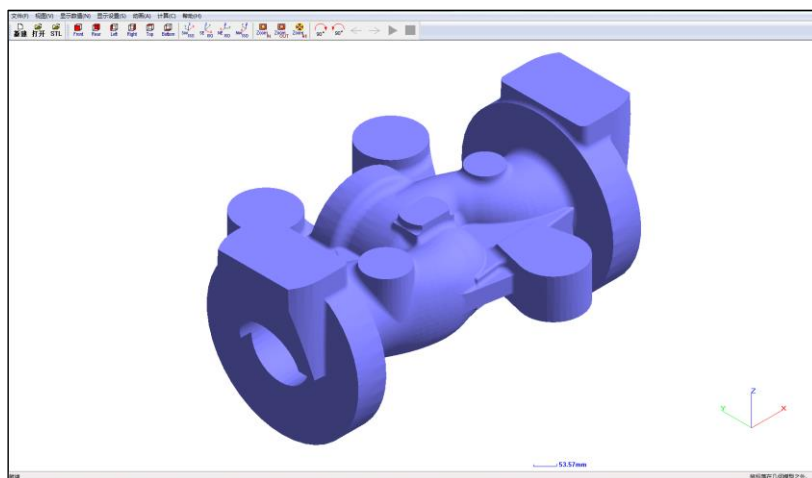
## 1.3 本文的研究内容和研究目标

本文的研究目标在于研究 HRS 和 LMC 定向凝固过程温度场数值模拟中的关键技术，开发具有自主知识产权的定向凝固温度场数值模拟系统，能够对 HRS 和 LMC 定向凝固工艺进行温度场分析，了解铸件在定向凝固过程中温度场以及液固相区的演变过程，并采用相应的判据来预测定向凝固过程中铸件可能出现等轴晶的部位，进而实现数值模拟手段优化实际生产工艺的目标。该定向凝固温度场数值模拟系统

包含一系列智能化的算法和方法，对于设置温度场边界条件这类在数值模拟中特别重要但跟铸造工艺无关的工作，本模拟系统均尽量采用计算机程序全自动智能化地完成，使得操作人员能够专注于定向凝固工艺的分析设计与优化。



(a) 有限元网格划分软件



(b) 有限元后处理软件

图 1-4 作者所在实验室自主开发的前、后处理软件<sup>[9]</sup>

有限元网格划分是有限元数值模拟的基础，也是有限元数值模拟最为困难的部分，作者所在实验室在有限元自主开发方面探索了将近十年，已经自主开发了有限元四面体网格划分软件以及有限元后处理软件<sup>[9]</sup>，图 1-4 为实验室自主开发的有限元前、后处理软件界面。因此，本文在实验室研究的基础上研究 HRS 和 LMC 定向凝固过程温度场，图 1-5 为本文所研究的定向凝固过程温度场数值模拟系统的计算流程图。

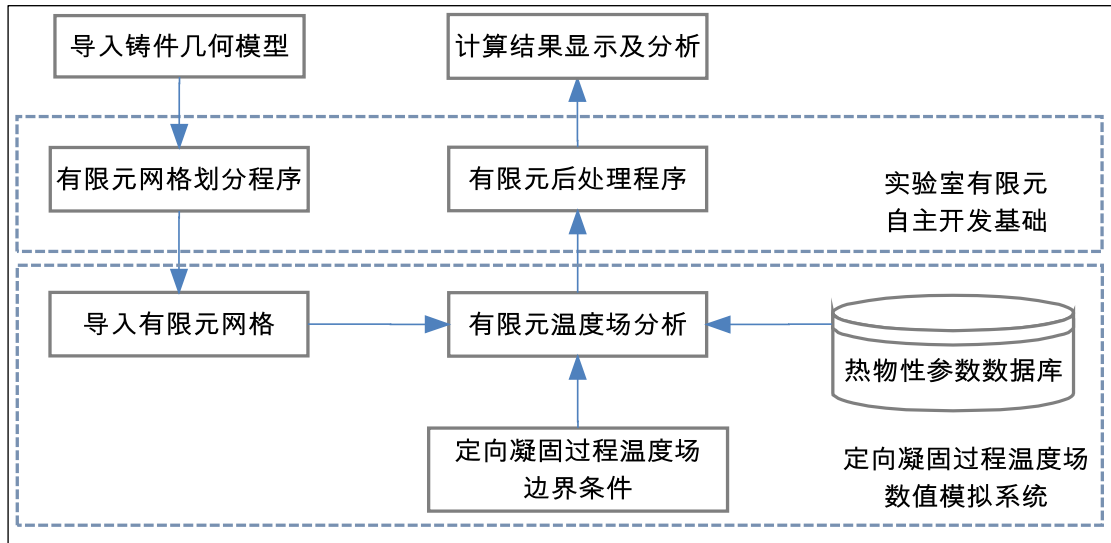


图 1-5 智能化 HRS 和 LMC 定向凝固过程温度场数值模拟系统的计算流程图

本文主要的研究内容如下所示：

(1) 研究一般铸造过程中的有限元温度场模型以及边界条件处理方法，开发一般铸造过程的有限元温度场数值计算模块。此数值计算模块采用实验室自主开发的有限元前处理软件划分网格，建立一般铸造过程的温度场数值模拟数学模型，并采用有限元方法对其进行离散。采用智能化的边界条件处理方法，对具有规则表面或者不规则表面的铸型均能自动化设置边界条件。对采用有限元法离散得到的线性方程组进行求解，得到铸件在凝固过程中的温度场变化，并通过计算凝固过程中的合金液补缩情况，预测铸件中可能的缩孔缩松缺陷。

(2) 研究 HRS 和 LMC 定向凝固过程中的有限元温度场模型以及边界条件处理方法，开发定向凝固过程的有限元温度场数值计算模块。在一般铸造过程的有限元温度场数值计算模块的基础上，结合 HRS 和 LMC 定向凝固过程的实际工艺，重点研究定向凝固过程中的辐射换热以及液态金属冷却液的换热边界条件处理。建立定向凝固过程的温度场数值模拟数学模型，求解线性方程组得到铸件在定向凝固过程中的温度场变化，并采用相应的判据来预测定向凝固过程中铸件可能出现等轴晶的部位。

(3) 计算典型工字件的空冷过程温度场，通过对比有限元铸造温度场数值模拟

系统与大型有限元通用化软件 ANSYS 的计算结果,对数值模拟系统的计算准确性进行校核。计算实际生产中采用的一组熔模铸造工艺,预测铸件可能出现缩孔缩松缺陷的部位,将模拟结果与实际结果进行对比验证,进一步验证有限元铸造温度场数值模拟程序的可行性。

(4)采用定向凝固有限元温度场数值模拟系统计算简化叶片模型的 HRS 和 LMC 工艺,通过相应的判据对 HRS 和 LMC 过程中铸件可能出现等轴晶的部位进行预测,分别在 HRS 和 LMC 工艺中设置不同的工艺参数,根据模拟结果对不同工艺参数对铸件性能的影响进行分析,进而分别优化 HRS 和 LMC 的工艺参数,实现将数值模拟与实际生产相结合的目标。

## 2 有限元定向凝固过程温度场数学模型及数值计算方法

### 2.1 引言

定向凝固过程相比与一般凝固过程而言,其最大的特点在于辐射换热在铸件凝固过程中起着决定性作用,一般铸造过程的数值模拟中可以忽略辐射换热对温度场的影响。而在实际定向凝固生产过程中,在浇注高温合金金属液之前,型壳会放置在炉体的上加热区之中进行预热处理,型壳完全通过与上加热区的辐射换热进行升温。在浇注高温合金金属液之后,对于 HRS 工艺而言,铸件及型壳通过与上加热区的辐射换热作用进行加热,通过与下冷却区的辐射换热作用进行冷却;对于 LMC 工艺而言,铸件及型壳通过与上加热区的辐射换热作用进行加热,通过与下冷却区的辐射换热和与冷却液的对流换热进行冷却。因此,辐射换热对于定向凝固过程数值模拟计算十分关键。

潜热指的是物质从某一个相转变为另一个相的相变过程中吸入或放出的热量,物质的温度变化与吸入或放出的热量有着密切的关系。对于铸件凝固过程而言,合金金属液由液态转变为固态,这个转变过程就是典型的相变过程,因此潜热的释放对定向凝固生产的铸件凝固过程有着重要的影响。HRS 以及 LMC 定向凝固工艺中,叶片类铸件的高温合金一般采用镍基高温合金<sup>[24]</sup>,镍基高温合金具有较大的潜热,基本上在 200J/g 左右,由此可见潜热对定向凝固温度场影响较大。

本章首先根据铸造过程温度场的特点,推导出铸造过程温度场数值模拟所使用的数学模型。接着,介绍有限元法的原理,并对铸造过程的温度场数值模拟进行有限元离散和求解。同时,结合 HRS 以及 LMC 定向凝固工艺,本文借助于计算机图形学对辐射换热边界进行相应的有限元处理。并针对铸件凝固过程,采用等效比热法和温度校正共同处理潜热,使得数值计算结果能够反应实际定向凝固过程中的温度变化。

## 2.2 铸造过程温度场数值模拟的有限元离散与求解方法

根据温度与时间的变化关系，我们可以将热量传递过程分为两种：稳态过程以及非稳态过程。铸件的凝固过程是一个典型的非稳态过程。温度场数值模拟的基础在于建立合理的数学模型，通过对边界条件进行约束化处理，可以由传热理论以及凝固理论建立合适的数学模型<sup>[57,58]</sup>。定向凝固过程中铸件的传热情况十分复杂，由于目前基础研究的局限性以及工程应用限制，在建立数学模型前，需要对实际工艺进行适当的简化，本文的研究基于以下假设：

- (1) 几何模型满足各向同性以及连续均匀性假设；
- (2) 认为金属液在瞬时充满型腔后开始整体凝固；
- (3) 不考虑合金的过冷，凝固过程从液相线温度开始至固相线温度结束；
- (4) 忽略凝固过程中金属液的相对流动。

### 2.2.1 控制方程和边界条件

导热微分方程是定向凝固过程温度场数值模拟的基本依据，其是由 Fourier 热传导定律以及能量守恒定律推导而成<sup>[59]</sup>。在直角坐标系下，三维非稳态热传导微分方程为：

$$\rho c \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left( k_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \rho Q = 0 \quad (2-1)$$

其中， $u$  为材料温度， $^{\circ}\text{C}$ ； $\rho$  为材料密度， $\text{kg}/\text{m}^3$ ； $c$  为材料比热容， $\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ； $t$  为时间， $\text{s}$ ； $k_x, k_y, k_z$  为材料在  $x, y, z$  三个方向的热导率， $\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ； $Q$  为材料内部的热源密度， $\text{W}/\text{kg}$ 。根据连续均匀性假设，认为材料在  $x, y, z$  三个方向的热导率是一致的，即  $k_x = k_y = k_z = k$ ， $k$  为材料的热导率， $\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ，代入式 (2-1) 得：

$$\rho c \frac{\partial u}{\partial t} - k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - k \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - k \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \rho Q = 0 \quad (2-2)$$

热传导是物体内部由于微观粒子的热运动所产生的热量传递现象，其是定向凝固过程中铸件主要的热传输方式<sup>[60]</sup>，而铸件与外界进行热量交换是通过相应换热边界条件进行的，包括：三类边界条件（定温边界条件、给定热流密度边界条件、对流换热边界条件）以及热辐射边界条件，其中对 HRS 和 LMC 过程最为重要的是热辐射边界条件和对流换热边界条件，其中热辐射边界将在下一节中进行详细说明。三类换热边界条件如下所示：

$$u = \bar{u} \quad (\text{在 } \Gamma_u \text{ 边界上}) \quad (2-3)$$

$$k \frac{\partial u}{\partial x} n_x + k \frac{\partial u}{\partial y} n_y + k \frac{\partial u}{\partial z} n_z = q \quad (\text{在 } \Gamma_q \text{ 边界上}) \quad (2-4)$$

$$k \frac{\partial u}{\partial x} n_x + k \frac{\partial u}{\partial y} n_y + k \frac{\partial u}{\partial z} n_z = h(u_a - u) \quad (\text{在 } \Gamma_h \text{ 边界上}) \quad (2-5)$$

其中， $\bar{u}$  为第一类边界中的给定温度， $^{\circ}\text{C}$ ； $n_x, n_y, n_z$  为边界外法线的方向余弦； $q$  为第二类边界中的给定热流密度， $\text{W}/\text{m}^2$ ； $h$  为界面换热系数， $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ； $u_a$  为环境温度， $^{\circ}\text{C}$ 。

### 2.2.2 温度场变分过程和求解方法

结合三维非稳态热传导方程以及三类换热边界条件，三维非稳态热传导的伽辽金提法在  $u$  已事先满足  $\Gamma_u$  上的强制换热边界条件情况下，可以表示为<sup>[61]</sup>：

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \delta u \left( \rho c \frac{\partial u}{\partial t} - k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - k \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - k \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \rho Q \right) d\Omega + \int_{\Gamma_q} \delta u \left( k \frac{\partial u}{\partial x} n_x + k \frac{\partial u}{\partial y} n_y + k \frac{\partial u}{\partial z} n_z - q \right) d\Gamma \\ + \int_{\Gamma_h} \delta u \left( k \frac{\partial u}{\partial x} n_x + k \frac{\partial u}{\partial y} n_y + k \frac{\partial u}{\partial z} n_z - h(u_a - u) \right) d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (2-6)$$



将  $k \frac{\partial u}{\partial x} n_x + k \frac{\partial u}{\partial y} n_y + k \frac{\partial u}{\partial z} n_z = k \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}}$  代入式 (2-6), 可得:

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \delta u \left( \rho c \frac{\partial u}{\partial t} - k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - k \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - k \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \rho Q \right) d\Omega + \int_{\Gamma_q} \delta u \left( k \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} - q \right) d\Gamma \\ & + \int_{\Gamma_h} \delta u \left( k \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} - h(u_a - u) \right) d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (2-7)$$

由微积分知识可知分部积分运算为:  $\delta u \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \delta u \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \delta u \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{\partial \delta u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x}$

(2-8)

参照式 (2-8) 的形式对式 (2-7) 中的第一项的中间 3 个小项进行分部积分, 可得:

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \delta u \left( -k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - k \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - k \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) d\Omega = \int_{\Omega} \left( k \frac{\partial \delta u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + k \frac{\partial \delta u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} + k \frac{\partial \delta u}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial z} \right) d\Omega \\ & - \int_{\Omega} \left( k \frac{\partial}{\partial x} \left( \delta u \frac{\partial u}{\partial x} \right) + k \frac{\partial}{\partial y} \left( \delta u \frac{\partial u}{\partial y} \right) + k \frac{\partial}{\partial z} \left( \delta u \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right) d\Omega \end{aligned} \quad (2-9)$$

对于高斯公式:  $\iiint_{\Omega} \left( \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z} \right) dv = \iint_{\Gamma} (P dx dy + Q dz dx + R dx dy)$ , 若取  $P, Q, R$

为同一函数, 则有:  $\int_{\Omega} \nabla P d\Omega = \int_{\Gamma} P \cdot \mathbf{n} d\Gamma$  (2-10)

参考式 (2-10), 对式 (2-9) 等式右边的第二项进行操作, 可得:

$$\int_{\Omega} \left( k \frac{\partial}{\partial x} \left( \delta u \frac{\partial u}{\partial x} \right) + k \frac{\partial}{\partial y} \left( \delta u \frac{\partial u}{\partial y} \right) + k \frac{\partial}{\partial z} \left( \delta u \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right) d\Omega = \int_{\Omega} k \cdot \nabla (\delta u \cdot \nabla u) d\Omega = \int_{\Gamma} k \cdot \delta u \cdot \nabla u \cdot \mathbf{n} d\Gamma$$

(2-11)

将式 (2-11) 代入式 (2-9), 可得:

$$\int_{\Omega} \delta u \left( -k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - k \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - k \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) d\Omega = \int_{\Omega} \left( k \frac{\partial \delta u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + k \frac{\partial \delta u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} + k \frac{\partial \delta u}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial z} \right) d\Omega$$

$$-\int_{\Gamma} k \cdot \delta u \cdot \nabla u \cdot \mathbf{n} d\Gamma \quad (2-12)$$

将式 (2-12) 代入式 (2-7), 可得:

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \left( \delta u \left( \rho c \frac{\partial u}{\partial t} \right) + k \frac{\partial \delta u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + k \frac{\partial \delta u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} + k \frac{\partial \delta u}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial z} - \delta u \cdot \rho Q \right) d\Omega - \int_{\Gamma_q} \delta u \cdot q d\Gamma - \int_{\Gamma_h} \delta u \cdot h(u_a - u) d\Gamma \\ & - \int_{\Gamma} k \delta u \cdot \nabla u \cdot \mathbf{n} d\Gamma + \int_{\Gamma_q} k \delta u \cdot \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} d\Gamma + \int_{\Gamma_h} k \delta u \cdot \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (2-13)$$

$$\text{因为 } \nabla u \cdot \mathbf{n} = \frac{\partial u}{\partial x} n_x + \frac{\partial u}{\partial y} n_y + \frac{\partial u}{\partial z} n_z = \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} \quad (2-14)$$

$$\text{而且 } u \text{ 已事先满足 } \Gamma_u \text{ 上的强制条件, 即在 } \Gamma_u \text{ 上 } \delta u = 0, \text{ 且 } \Gamma = \Gamma_u + \Gamma_q + \Gamma_h \quad (2-15)$$

由式 (2-14)、式 (2-15) 可得:

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma} k \cdot \delta u \cdot \nabla u \cdot \mathbf{n} d\Gamma - \int_{\Gamma_q} k \delta u \cdot \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} d\Gamma - \int_{\Gamma_h} k \delta u \cdot \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} d\Gamma = \int_{\Gamma} k \delta u \cdot \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} d\Gamma - \int_{\Gamma_q} k \delta u \cdot \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} d\Gamma - \int_{\Gamma_h} k \delta u \cdot \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} d\Gamma \\ & = \int_{\Gamma} k \delta u \cdot \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} d\Gamma - \int_{\Gamma_u} k \delta u \cdot \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} d\Gamma - \int_{\Gamma_q} k \delta u \cdot \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} d\Gamma - \int_{\Gamma_h} k \delta u \cdot \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (2-16)$$

将式 (2-16) 代入式 (2-13), 可得三维非稳态温度场的“弱”形式为:

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \left( \delta u \left( \rho c \frac{\partial u}{\partial t} \right) + k \frac{\partial \delta u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + k \frac{\partial \delta u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} + k \frac{\partial \delta u}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial z} - \delta u \cdot \rho Q \right) d\Omega - \int_{\Gamma_q} \delta u \cdot q d\Gamma \\ & - \int_{\Gamma_h} \delta u \cdot h(u_a - u) d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (2-17)$$

对式 (2-17) 中第一项的第二小项进行操作, 可得:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \delta u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{2} \frac{\partial \delta u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial \delta u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{2} \frac{\partial \delta u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial \delta u}{\partial x} = \frac{1}{2} \delta \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial x} \delta \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) \\ & = \frac{1}{2} \delta \left( \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \frac{1}{2} \delta \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \end{aligned} \quad (2-18)$$

参照式 (2-18) 的变化形式, 对式 (2-17) 做相应的变化之后, 可得:

$$\int_{\Omega} \left( \delta u \left( \rho c \frac{\partial u}{\partial t} \right) \right) d\Omega + \int_{\Omega} \delta \left( \frac{1}{2} k \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} k \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{2} k \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 - u \rho Q \right) d\Omega$$

$$-\int_{\Gamma_q} \delta(u \cdot q) d\Gamma - \int_{\Gamma_h} \delta\left(u \cdot h\left(u_a - \frac{1}{2}u\right)\right) d\Gamma = 0 \quad (2-19)$$

对式 (2-19) 的第一项进行操作, 可得:

$$\delta u \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial(u \cdot \delta u)}{\partial t} = \frac{\partial\left(\frac{1}{2}\delta u^2\right)}{\partial t} = \delta\left(\frac{1}{2}\frac{\partial u^2}{\partial t}\right) = \delta\left(u \frac{\partial u}{\partial t}\right) \quad (2-20)$$

将式 (2-20) 代入式 (2-19), 可得:

$$\delta\left(\int_{\Omega}\left(\rho c u \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{2}k\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \frac{1}{2}k\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \frac{1}{2}k\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 - u\rho Q\right)d\Omega - \int_{\Gamma_q} u \cdot q d\Gamma - \int_{\Gamma_h} u \cdot h\left(u_a - \frac{1}{2}u\right) d\Gamma\right) = 0 \quad (2-21)$$

则可得三维非稳态温度场的泛函为:

$$\begin{aligned} \Pi(u) = & \int_{\Omega}\left(\rho c u \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{2}k\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \frac{1}{2}k\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \frac{1}{2}k\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 - u\rho Q\right)d\Omega \\ & - \int_{\Gamma_q} u \cdot q d\Gamma - \int_{\Gamma_h} u \cdot h\left(u_a - \frac{1}{2}u\right) d\Gamma \end{aligned} \quad (2-22)$$

将求解域  $\Omega$  离散为有限个单元体, 在典型单元内各点的温度  $u$  可以近似地由单元的节点温度  $u^e$  插值得到, 此时的节点温度是时间的函数, 插值函数只是空间域的函数, 即:  $u = Nu^e$

$$u = Nu^e \quad (2-23)$$

由里兹法可知: 泛函的变分为零相当于将泛函对所包含的待定参数进行全微分,

$$\text{并令所得的方程等于零, 即: } \delta\Pi = \frac{\partial\Pi}{\partial u_1}\delta u_1 + \frac{\partial\Pi}{\partial u_2}\delta u_2 + \dots + \frac{\partial\Pi}{\partial u_n}\delta u_n = 0 \quad (2-24)$$

由于  $\delta u_1, \delta u_2, \dots$  是任意的, 满足上式时必然有  $\frac{\partial\Pi}{\partial u_1}, \frac{\partial\Pi}{\partial u_2}, \dots$  都等于零。因此可以得到

到一组方程为:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{u}} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \Pi}{\partial u_1} \\ \frac{\partial \Pi}{\partial u_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial \Pi}{\partial u_n} \end{Bmatrix} = \mathbf{0} \quad (2-25)$$

将三维非稳态温度场的泛函（即式（2-22））代入式（2-25）中，由于式（2-22）有些复杂，但是推导的过程是相近的，所以选取式（2-22）中第一项的第一小项和第二小项进行操作，完整的推导完全可以参照此过程。

第一小项的推导过程为：

$$\frac{\partial(\rho c u \frac{\partial u}{\partial t})}{\partial u_1} = \rho c(u \frac{\partial}{\partial u_1} (\frac{\partial u}{\partial t}) + \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial u}{\partial u_1}) = \rho c(u \frac{\partial}{\partial t} (\frac{\partial u}{\partial u_1}) + \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial u}{\partial u_1}) \quad (2-26)$$

$$\text{由式（2-23）可得： } u = \mathbf{N}\mathbf{u}^e = N_1 u_1 + N_2 u_2 + \cdots + N_n u_n \quad (2-27)$$

将式（2-27）代入式（2-26），可得：

$$\begin{aligned} \rho c(u \frac{\partial}{\partial t} (\frac{\partial u}{\partial u_1}) + \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial u}{\partial u_1}) &= \rho c(u \frac{\partial N_1}{\partial t} + N_1 \frac{\partial u}{\partial t}) = \rho c N_1 \frac{\partial u}{\partial t} \\ &= \rho c N_1 [N_1 \quad N_2 \quad \cdots \quad N_n] \dot{\mathbf{u}} \end{aligned} \quad (2-28)$$

式（2-28）中的结果为式（2-25）中的第一个元素，易求出式（2-25）中各个元素，并将 $\dot{\mathbf{u}}$ 提出，左边会得到一个 $n \times n$ 矩阵，且矩阵的元素为 $C_{ij} = \rho c N_i N_j$ 。

第二小项的推导过程为：

$$\frac{\partial \left( \frac{1}{2} k \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right)}{\partial u_1} = k \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial u_1} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) = k \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial u_1} \right) \quad (2-29)$$

将式（2-27）代入式（2-29），可得：

$$k \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial u_1} \right) = k \left( u_1 \frac{\partial N_1}{\partial x} + u_2 \frac{\partial N_2}{\partial x} + \cdots + u_n \frac{\partial N_n}{\partial x} \right) \cdot \frac{\partial N_1}{\partial x}$$

$$= k \frac{\partial N_1}{\partial x} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \cdots & \frac{\partial N_n}{\partial x} \end{bmatrix} \mathbf{u}^e \quad (2-30)$$

式(2-30)中的结果为式(2-25)中的第一个元素, 易求出式(2-25)中各个元素, 并将  $\mathbf{u}$  提出, 左边会得到一个  $n \times n$  矩阵, 且矩阵的元素为  $K_{ij} = k \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x}$ 。

参照上述第一小项和第二小项的推导过程可得非稳态温度场的有限元求解方程为:

$$\mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{P} \quad (2-31)$$

式中,  $\mathbf{C}$  是热容矩阵,  $\mathbf{K}$  是热传导矩阵,  $\mathbf{C}$  和  $\mathbf{K}$  (在引入给定温度条件之后) 都是对称正定矩阵;  $\mathbf{P}$  是温度载荷列阵;  $\mathbf{u}$  节点温度列阵;  $\dot{\mathbf{u}}$  是节点温度对时间的导数列阵。各矩阵的单元集成形式为:

$$\mathbf{K}_{ij} = \sum_e \mathbf{K}_{ij}^e + \sum_e \mathbf{H}_{ij}^e \quad (2-32)$$

$$\mathbf{C}_{ij} = \sum_e \mathbf{C}_{ij}^e \quad (2-33)$$

$$\mathbf{P}_i = \sum_e \mathbf{P}_{q_i}^e + \sum_e \mathbf{P}_{H_i}^e + \sum_e \mathbf{P}_{Q_i}^e \quad (2-34)$$

式中,  $\mathbf{K}_{ij}^e$  是单元对热传导矩阵的贡献,  $\mathbf{H}_{ij}^e$  是单元热交换对热传导矩阵的修正,  $\mathbf{C}_{ij}^e$  是单元对热容矩阵的贡献,  $\mathbf{P}_{Q_i}^e$  是单元热源产生的温度载荷,  $\mathbf{P}_{q_i}^e$  是单元给定热流边界的温度载荷,  $\mathbf{P}_{H_i}^e$  是单元的对流换热边界的温度载荷。这些单元的矩阵元素由下列各式给出:

$$\mathbf{K}_{ij}^e = \int_{\Omega^e} \left( k \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + k \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} + k \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) d\Omega \quad (2-35)$$

$$\mathbf{H}_{ij}^e = \int_{\Gamma_h^e} h N_i N_j d\Gamma \quad (2-36)$$

$$\mathbf{C}_{ij}^e = \int_{\Omega^e} \rho c N_i N_j d\Omega \quad (2-37)$$

$$\mathbf{P}_{q_i}^e = \int_{\Gamma_q^e} N_i q d\Gamma \quad (2-38)$$

$$P_{H_i}^e = \int_{\Gamma_h^e} h N_i u_a d\Gamma \quad (2-39)$$

$$P_{Q_i}^e = \int_{\Omega^e} N_i \rho Q d\Omega \quad (2-40)$$

需要注意的是，在集成系统刚度矩阵以后，还需引入给定点温度的条件，即导入第一类边界条件。

文献[61]对于式(2-31)介绍了两种求解方法：直接积分法和模态叠加法。本文采用灵活多变的直接积分法，应用直接积分法中的两点循环公式，可得求解各个时刻温度场的迭代算法表达式为：

$$\bar{K} u_{n+1} = \bar{Q}_{n+1} \quad (2-41)$$

其中：

$$\bar{K} = C / \Delta t + \theta K \quad (2-42)$$

$$\bar{Q}_{n+1} = [C / \Delta t - (1 - \theta) K] u_n + (1 - \theta) P_n + \theta P_{n+1} \quad (2-43)$$

式中， $\bar{K}$ 为系统有效系数矩阵； $\bar{Q}_{n+1}$ 为系统有效载荷向量； $u_n$ 与 $u_{n+1}$ 分别为上一时刻和当前时刻的温度值向量； $P_n$ 和 $P_{n+1}$ 分别为上一时刻和当前时刻的载荷向量； $\Delta t$ 为选取的时间步长； $\theta$ 为设置的差分格式参数，取值在0~1之间。根据 $\theta$ 的不同取值，可以得到不同的积分方案，本文采用 $\theta = 2/3$ 的伽辽金差分格式进行温度场计算。利用式(2-41)，从时刻 $t = 0s$ 出发，根据给定的初始温度分布，可以依次递推求得各个时刻的温度场分布。

### 2.3 辐射换热边界的有限元离散及数值计算方法

辐射换热边界相比与其他换热边界（定温、对流、给定热流量），其复杂之处在于辐射现象是三维空间分布，使得辐射换热本身就需要进行离散化处理，而且由于辐射换热不需要空间介质，使得计算辐射换热前必须进行辐射对应关系的查找即射线追踪。在定向凝固数值模拟中，由于铸件与型壳会进行抽拉运动以及定向凝固的

复杂工艺（辐射挡板、水冷结晶器、液态金属液等），使得辐射换热边界的处理更为困难。下面介绍辐射换热有限元处理方式以及如何利用计算机图形学处理辐射射线。

## 2.3.1 辐射换热有限元处理方式

### (1) 辐射换热物理离散

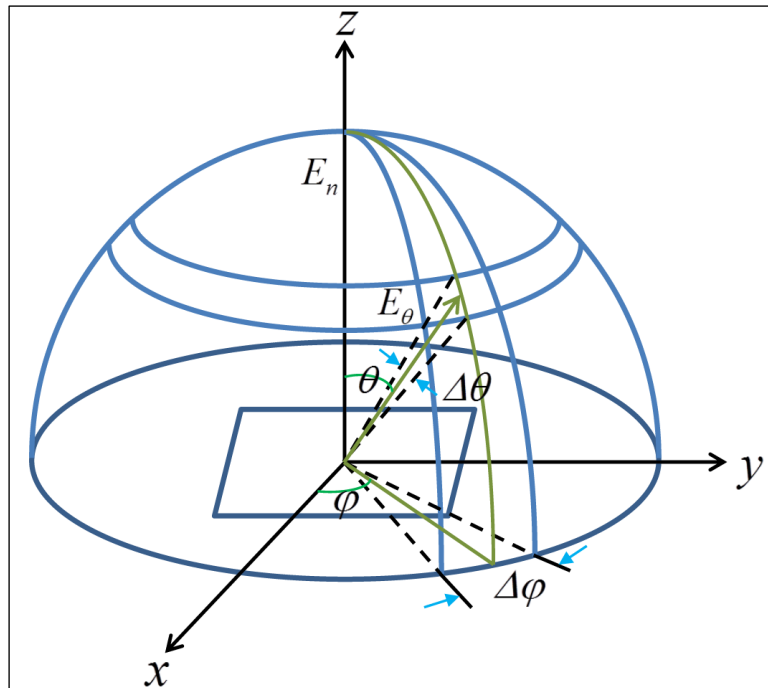


图 2-1 射线在三维直角坐标下的定义<sup>[51]</sup>

由于辐射换热是三维空间内密布的，因此需要先对辐射换热进行物理上的离散处理。如图 2-1 所示，对于单个表面辐射单元  $i$  而言，认为其与外界的辐射换热通过单元  $i$  的几何中心向上半球发射射线进行简化计算<sup>[51]</sup>。因此将上半球空间分割为多个子空间，每个子空间的辐射换热由对应的射线代替，通过追踪各个射线的投射位置以及投射材质（型壳、炉体、辐射挡板、水冷结晶器等），从而获得射线投射的终点表面单元  $j$  及其温度  $u_j$ ，认为此射线所代表的子空间的投射单元的温度均为  $u_j$ ，且射线所代表的子空间的能量全部投射到终点表面单元上，即对应的角系数  $\varphi_j = 1$ 。

每条射线所代表的子空间可由  $x$  轴夹角  $\varphi$ 、水平面间隔  $\Delta\varphi$ 、 $z$  轴夹角  $\theta$  和垂直面

间隔  $\Delta\theta$  决定，结合表面单元  $i$  的温度  $u$ ，可以得到子空间内表面单元  $i$  与外界的辐射换热  $Q_j$ ，将表面单元  $i$  所发出的每条射线所代表的子空间的辐射换热进行叠加，即可得到表面单元  $i$  与外界的总辐射换热  $Q_{rad}$ ，设所分割的子空间个数为  $n$ ，则有：

$$Q_{rad} = \sum_{j=1}^n Q_j \quad (2-44)$$

$$Q_j = \alpha_j \sigma (u^4 - u_j^4) / \left( \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \cdot \frac{1}{S} + \frac{1-\varepsilon_j}{\varepsilon_j} \cdot \frac{1}{S_j} + \frac{1}{S} \right) \quad (2-45)$$

其中， $\varepsilon$  和  $\varepsilon_j$  分别为射线起点及射线终点所在表面单元的黑度； $S$  和  $S_j$  分别为射线起点及射线终点所在表面单元的面积， $m^2$ ； $\sigma$  为 *Stefan-Boltzman* 常数， $J/(s \cdot m^2 \cdot K^4)$ ； $\alpha_j$  为辐射权重因子<sup>[51]</sup>，用来表征射线所携带的辐射占表面单元  $i$  向外总辐射的比值。

对于  $\alpha_j$  的求解过程如下：对于定位在局部坐标系  $x-y$  平面的表面单元  $i$ ，根据 *Lambert* 定律，其在空间上的定向辐射力为：

$$E_\theta = E_n \cdot \cos \theta \quad (2-46)$$

其中， $E_\theta$  为与表面单元夹角为  $\theta$  的射线所具有的定向辐射力， $W/(m^2 \cdot sr)$ ； $E_n$  为法线方向射线的辐射力， $W/(m^2 \cdot sr)$ 。

在球坐标系内，子空间上一个微元的面积为：

$$dS = r \sin \theta \cdot d\theta \cdot r d\varphi \quad (2-47)$$

其中， $r$  为微元与表面单元  $i$  的距离， $m$ ； $\theta$  为射线与  $z$  轴的夹角； $\varphi$  为射线在  $x-y$  平面上的投影与  $x$  轴的夹角。

每个子空间的总辐射力  $E_j$  由每条射线通过能量积分得到：



$$\begin{aligned}
 E_j &= \int_{\theta-\frac{\Delta\theta}{2}}^{\theta+\frac{\Delta\theta}{2}} \int_{\varphi-\frac{\Delta\varphi}{2}}^{\varphi+\frac{\Delta\varphi}{2}} E_\theta dS = \int_{\theta-\frac{\Delta\theta}{2}}^{\theta+\frac{\Delta\theta}{2}} \int_{\varphi-\frac{\Delta\varphi}{2}}^{\varphi+\frac{\Delta\varphi}{2}} E_n \cdot \cos\theta \cdot r \sin\theta \cdot d\theta \cdot rd\varphi \\
 &= \frac{r^2 E_n \Delta\varphi}{4} [\cos(2\theta - \Delta\theta) - \cos(2\theta + \Delta\theta)] \quad (2-48)
 \end{aligned}$$

表面单元*i*在所有子空间上的总辐射力为:

$$E = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} E_\theta dS = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} E_n \cdot \cos\theta \cdot r \sin\theta \cdot d\theta \cdot rd\varphi = \pi r^2 E_n \quad (2-49)$$

辐射权重因子 $\alpha_j$ 表示 $E_j$ 占表面单元*i*总辐射力*E*的比例, 可得:

$$\alpha_j = \frac{E_j}{E} = \frac{\Delta\varphi}{4\pi} [\cos(2\theta - \Delta\theta) - \cos(2\theta + \Delta\theta)] \quad (2-50)$$

## (2) 辐射换热有限元处理

辐射换热只是针对表面单元而言, 因此换热换热的处理实际上是边界条件的处理, 相应的辐射换热边界条件为:

$$k \frac{\partial u}{\partial x} n_x + k \frac{\partial u}{\partial y} n_y + k \frac{\partial u}{\partial z} n_z = -\frac{Q_{rad}}{S} \quad (2-51)$$

将式(2-44)、式(2-45)以及式(2-50)代入式(2-51), 可得:

$$\begin{aligned}
 &k \frac{\partial u}{\partial x} n_x + k \frac{\partial u}{\partial y} n_y + k \frac{\partial u}{\partial z} n_z \\
 &= \sum_{j=1}^n [\alpha_j \cdot \sigma \cdot u_j^4 / (\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1-\varepsilon_j}{\varepsilon_j} \cdot \frac{S}{S_j})] - u^4 \sum_{j=1}^n [\alpha_j \cdot \sigma / (\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1-\varepsilon_j}{\varepsilon_j} \cdot \frac{S}{S_j})] \quad (2-52)
 \end{aligned}$$

令:

$$M_0 = \sum_{j=1}^n [\alpha_j \cdot \sigma \cdot u_j^4 / (\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1-\varepsilon_j}{\varepsilon_j} \cdot \frac{S}{S_j})] \quad (2-53)$$

$$M_1 = \sum_{j=1}^n [\alpha_j \cdot \sigma / (\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1-\varepsilon_j}{\varepsilon_j} \cdot \frac{S}{S_j})] \quad (2-54)$$

于是, 式(2-52)可改写为:

$$k \frac{\partial u}{\partial x} n_x + k \frac{\partial u}{\partial y} n_y + k \frac{\partial u}{\partial z} n_z = M_0 - M_1 \cdot u^4 \quad (2-55)$$

对式 (2-55) 进行线性化, 将  $u$  在  $u_e$  附近展开, 并取一次项:

$$u^4 = u_e^4 + 4u_e^3(u - u_e) = -3u_e^4 + 4u_e^3u \quad (2-56)$$

其中,  $u_e$  为表面单元  $i$  的平均温度。于是式 (2-55) 可改写为:

$$k \frac{\partial u}{\partial x} n_x + k \frac{\partial u}{\partial y} n_y + k \frac{\partial u}{\partial z} n_z = M_0 + 3M_1u_e^4 - 4M_1u_e^3u \quad (2-57)$$

令:

$$D_0 = M_0 + 3M_1u_e^4 \quad (2-58)$$

$$D_1 = 4M_1u_e^3 \quad (2-59)$$

于是, 式 (2-57) 可改写为:

$$k \frac{\partial u}{\partial x} n_x + k \frac{\partial u}{\partial y} n_y + k \frac{\partial u}{\partial z} n_z = D_0 - D_1u \quad (\text{在边界 } \Gamma_r \text{ 上}) \quad (2-60)$$

其中:

$$\begin{aligned} D_0 &= M_0 + 3M_1u_e^4 \\ &= \sum_{j=1}^n [\alpha_j \cdot \sigma \cdot u_j^4 / (\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1-\varepsilon_j}{\varepsilon_j} \cdot \frac{S}{S_j})] + 3u_e^4 \cdot \sum_{j=1}^n [\alpha_j \cdot \sigma / (\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1-\varepsilon_j}{\varepsilon_j} \cdot \frac{S}{S_j})] \end{aligned} \quad (2-61)$$

$$\begin{aligned} D_1 &= 4M_1u_e^3 \\ &= 4u_e^3 \cdot \sum_{j=1}^n [\alpha_j \cdot \sigma / (\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1-\varepsilon_j}{\varepsilon_j} \cdot \frac{S}{S_j})] \end{aligned} \quad (2-62)$$

对式 (2-61) 和式 (2-62) 仔细分析, 针对特定表面单元、特定时刻, 两式中的各个物理量均为已知的, 即针对特定时刻的特定表面而言,  $D_0$  与  $D_1$  为已知量。需要说明的是: 上述公式计算中温度采用绝对温度, 所以  $D_0$  和  $D_1$  的计算中温度为绝对温

度，所以式 (2-60) 改写为：

$$k \frac{\partial u}{\partial x} n_x + k \frac{\partial u}{\partial y} n_y + k \frac{\partial u}{\partial z} n_z = D_0 - D_1(u + 273.15) \quad (2-63)$$

将式 (2-63) 与式 (2-5) 进行对比，不难发现辐射换热边界条件与对流换热边界条件有着相同的形式，参照上一节的有限元离散以及求解方法，易知考虑辐射换热的非稳态温度场的有限元求解方程为：

$$C\dot{T} + KT = P \quad (2-64)$$

各矩阵的单元集成形式为：

$$K_{ij} = \sum_e K_{ij}^e + \sum_e H_{ij}^e + \sum_e R_{ij}^e \quad (2-65)$$

$$P_i = \sum_e P_{q_i}^e + \sum_e P_{H_i}^e + \sum_e P_{Q_i}^e + \sum_e P_{R_i}^e \quad (2-66)$$

其中， $R_{ij}^e$  是单元辐射热交换对热传导矩阵的修正； $P_{R_i}^e$  是单元的辐射换热边界的温度载荷。其他未说明的矩阵含义请见上一节。其中矩阵的元素由下式给出：

$$R_{ij}^e = \int_{\Gamma_r^e} D_1 N_i N_j d\Gamma \quad (2-67)$$

$$P_{R_i}^e = \int_{\Gamma_h^e} (D_0 - D_1 \cdot 273.15) N_i d\Gamma \quad (2-68)$$

### 2.3.2 三维空间内辐射射线的设置

#### (1) 三维空间内方向向量的旋转

图 2-2 表示了点和方向向量相对一个任意轴旋转的一般情形。

下面是其中用到的符号的说明：

$Q, \bar{u}$	定义旋转轴的点 and 单位向量
$\theta$	旋转角度
$P$	被旋转的点
$T(P)$	旋转得到的点

- $\vec{v}$                     被旋转的方向向量
- $T(\vec{v})$                 旋转得到的方向向量
- $\lambda$                     垂直于  $\vec{u}$  的平面
- $\vec{v}_\perp$                  $\vec{v}$  在  $\lambda$  上的投影

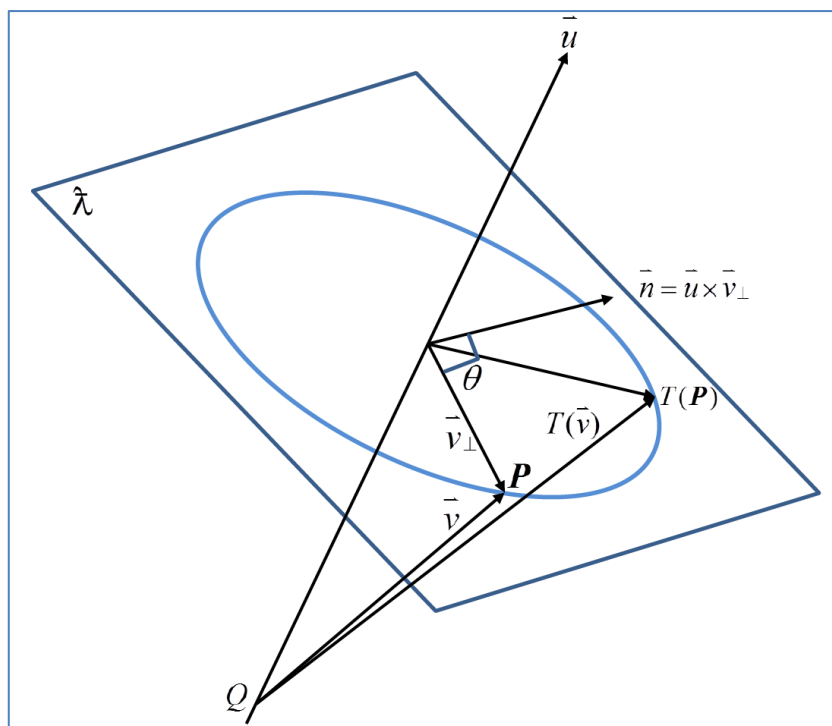


图 2-2 一般旋转示意图<sup>[62]</sup>

考虑一个相对单位向量  $\vec{u}$ （它是经过  $Q$  的一条旋转轴）逆时针方向旋转并且旋转角度为  $\theta$ （右手法则）的旋转。向量可以相对于另一个向量分解为平行和垂直分量，我们在此将  $\vec{v}$  投影到  $\vec{u}$ ，得到  $\vec{v}_\perp$  和  $\vec{v}_\parallel$ 。注意，由于方向向量与位置无关，我们可将  $\vec{v}$  画成从旋转轴上的  $Q$  开始，以使图形更易于理解。

为了有助于理解以下的内容，参见图 2-3，其中显示了垂直于  $\vec{u}$  且包含  $\mathbf{P} = \mathbf{Q} + \vec{v}$  的平面  $\lambda$ 。

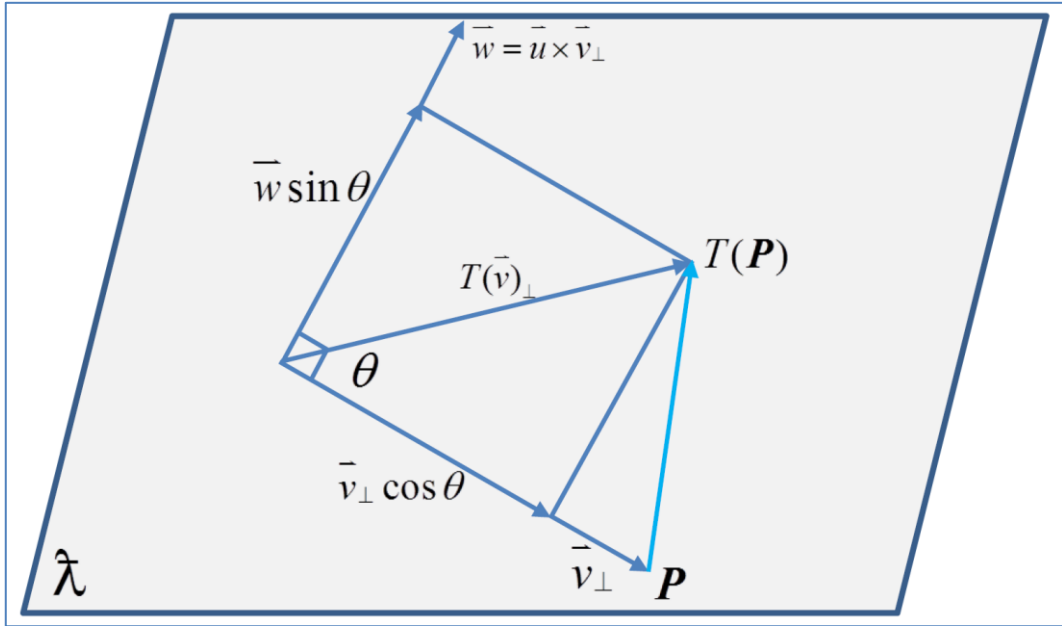


图 2-3 显示在垂直于  $\vec{u}$  且包含  $P$  的平面  $\lambda$  上的一般旋转<sup>[62]</sup>

据此可以做如下的推论：

$$T(\vec{v}_{\perp}) = T(\vec{v})_{\perp} = (\cos \theta) \vec{v}_{\perp} + (\sin \theta) \vec{u} \times \vec{v}_{\perp} \quad (2-69)$$

$$T(\vec{v}_{\parallel}) = T(\vec{v})_{\parallel} = \vec{v}_{\parallel} \quad (2-70)$$

由于  $\vec{v} = \vec{v}_{\perp} + \vec{v}_{\parallel}$ ，并且  $T$  是线性变换，因此可得：

$$T(\vec{v}) = T(\vec{v}_{\perp}) + T(\vec{v}_{\parallel}) \quad (2-71)$$

平行和垂直向量分量的定义如下：

$$\vec{v}_{\perp} = \vec{v} - (\vec{v} \cdot \vec{u}) \vec{u} \quad (2-72)$$

$$\vec{v}_{\parallel} = (\vec{v} \cdot \vec{u}) \vec{u} \quad (2-73)$$

分别将式 (2-72) 和式 (2-73) 代入式 (2-69) 和式 (2-70) 可得：

$$\begin{aligned} T(\vec{v}_{\perp}) &= (\cos \theta)(\vec{v} - (\vec{v} \cdot \vec{u}) \vec{u}) + (\sin \theta)(\vec{u} \times (\vec{v} - (\vec{v} \cdot \vec{u}) \vec{u})) \\ &= (\cos \theta) \vec{v} - (\cos \theta)(\vec{v} \cdot \vec{u}) \vec{u} + (\sin \theta)(\vec{u} \times \vec{v}) \end{aligned} \quad (2-74)$$

$$T(\vec{v}_{\parallel}) = (\vec{v} \cdot \vec{u}) \vec{u} \quad (2-75)$$

将式 (2-74) 和式 (2-75) 代入式 (2-71) 可得:

$$T(\vec{v}) = (\cos \theta)\vec{v} + (1 - \cos \theta)(\vec{v} \cdot \vec{u})\vec{u} + (\sin \theta)(\vec{u} \times \vec{v}) \quad (2-76)$$

式 (2-76) 也称为旋转公式或罗德里格斯公式。

### (2) 三维空间内辐射射线方向向量

图 2-4 为三维空间的辐射线方向向量示意图。

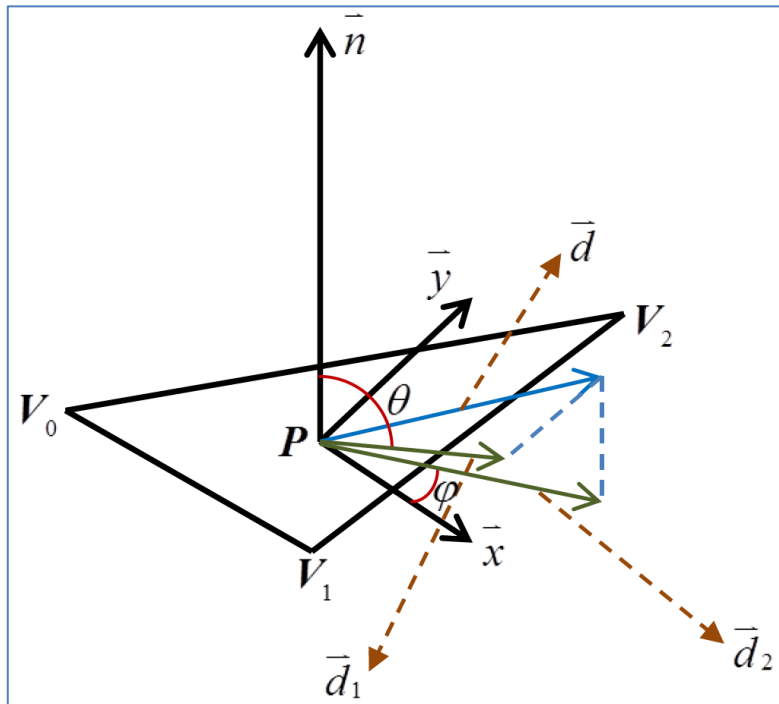


图 2-4 三维空间的辐射线方向向量示意图

对于单个表面单元，表面单元的 3 个有序节点为  $\{V_0, V_1, V_2\}$ ， $P$  为表面单元的几何中心， $\vec{n}$  为表面单元的单位法向向量，则有：

$$P = \frac{1}{3}(V_0 + V_1 + V_2) \quad (2-77)$$

$$\vec{n} = \frac{\overline{V_0V_1} \times \overline{V_1V_2}}{|\overline{V_0V_1} \times \overline{V_1V_2}|} \quad (2-78)$$

单位向量  $\vec{x}$  与  $\overline{V_0V_1}$  平行，单位向量  $\vec{y}$  与  $\vec{x}$ 、 $\vec{n}$  构成局部直角坐标系，则有：

$$\bar{x} = \frac{\bar{V}_0 \bar{V}_1}{|\bar{V}_0 \bar{V}_1|} \quad (2-79)$$

$$\bar{y} = \bar{n} \times \bar{x} \quad (2-80)$$

$\bar{d}$  为表面单元所发射的某一条射线， $\bar{d}$  与表面单元（即  $\bar{n}$ ）夹角为  $\theta$ ， $\bar{d}$  在  $x-y$  平面的投影与  $x$  轴的夹角  $\varphi$ ，根据三维空间中方向向量的旋转理论，可以认为  $\bar{d}$  由  $\bar{x}$  旋转得到： $\bar{x}$  以  $\bar{y}$  为旋转轴旋转  $\frac{3}{2}\pi + \theta$ ，得到方向向量  $\bar{d}_1$ ； $\bar{d}_1$  以  $\bar{n}$  为旋转轴旋转  $\varphi$ ，得

到射线方向向量  $\bar{d}$ ， $\bar{d}_2$  为  $\bar{d}$  在  $x-y$  平面的投影。则有：

$$\begin{aligned} \bar{d}_1 &= (\cos(\frac{3}{2}\pi + \theta))\bar{x} + (1 - \cos(\frac{3}{2}\pi + \theta))(\bar{x} \cdot \bar{y})\bar{y} + (\sin(\frac{3}{2}\pi + \theta))(\bar{y} \times \bar{x}) \\ &= (\sin \theta)\bar{x} + (1 - \sin \theta)(\bar{x} \cdot \bar{y})\bar{y} - (\cos \theta)(\bar{y} \times \bar{x}) \end{aligned} \quad (2-81)$$

$$\bar{d} = (\cos \varphi)\bar{d}_1 + (1 - \cos \varphi)(\bar{d}_1 \cdot \bar{n})\bar{n} + (\sin \varphi)(\bar{n} \times \bar{d}_1) \quad (2-82)$$

在此已经求出了对应  $(\theta, \varphi)$  的射线起点  $\mathbf{P}$  以及射线方向向量  $\bar{d}$ ，则有：

$$\mathbf{R}(t) = \mathbf{P} + t\bar{d} \quad (2-83)$$

针对表面单元上半球所辐射的射线，可知  $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ ， $0 \leq \varphi < 2\pi$ 。实际上需要将  $\theta$  和  $\varphi$  离散化取值，考虑到  $\Delta\theta = \Delta\varphi$ （见辐射换热处理方式）。将  $\Delta\theta$  和  $\Delta\varphi$  取值为

$\Delta\theta = \Delta\varphi = \frac{\pi}{6}$ ，于是  $\theta$  取 3 个离散值， $\varphi$  取 12 个离散值，即：

$$\theta = \left\{ \frac{1}{12}\pi, \frac{1}{4}\pi, \frac{5}{12}\pi \right\} \quad (2-84)$$

$$\varphi = \left\{ \frac{1}{12}\pi, \frac{1}{4}\pi, \frac{5}{12}\pi, \frac{7}{12}\pi, \frac{3}{4}\pi, \frac{11}{12}\pi, \frac{13}{12}\pi, \frac{5}{4}\pi, \frac{17}{12}\pi, \frac{19}{12}\pi, \frac{7}{4}\pi, \frac{23}{12}\pi \right\} \quad (2-85)$$

那么易知对于每个表面单元而言，其一共有 36 条辐射射线，每对  $(\theta, \varphi)$  取值对应一条辐射射线的射线方程。

## 2.4 铸件潜热处理

凝固过程相比与一般的导热过程，其显著的特点在于潜热释放。潜热释放会明显地减缓铸件凝固和冷却的速度<sup>[63]</sup>。针对铸造过程温度场数值模拟，一般采用的潜热处理方法<sup>[64,65]</sup>有：温度回升法、等效比热法以及热焓法。其中，温度回升法适用于纯金属或者共晶合金的潜热处理，热焓法和等效比热法适用于有一定结晶温度范围合金的潜热处理，热焓法处理潜热需要知道温度与热焓曲线，而这方面资料较少。因此，本文采用等效比热法来处理潜热，同时进行温度校正处理。

### 2.4.1 等效比热法处理潜热

由于潜热的释放，傅里叶方程式（2-1）实际上变为具有内热源的溫度场即：

$$Q = -L \frac{\partial f_L}{\partial t} \quad (2-86)$$

其中， $L$ 为合金潜热，J/kg； $f_L$ 为液相率； $t$ 为时间，s。

将式（2-86）代入式（2-1），可得：

$$\rho c \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \rho L \frac{\partial f_L}{\partial t} = 0 \quad (2-87)$$

对于铸件单元而言，液相率  $f_L$  的处理方式为：

$$f_L = \begin{cases} 1 & , u > u_L \\ \frac{u - u_S}{u_L - u_S} & , u_S \leq u \leq u_L \\ 0 & , u < u_S \end{cases} \quad (2-88)$$

由式（2-88）可得：



$$\frac{\partial f_L}{\partial t} = \frac{\partial f_L}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial t} \cdot \begin{cases} \frac{1}{u_L - u_S}, & u_S \leq u \leq u_L \\ 0, & u > u_L \text{ or } u < u_S \end{cases} \quad (2-89)$$

其中,  $u_L$  为合金液相线温度,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $u_S$  为合金固相线温度,  $^{\circ}\text{C}$ 。于是将式 (2-89) 代入式 (2-87), 可以将潜热等效为热容来进行处理, 处理的结果为:

(1) 当  $u > u_L$  or  $u < u_S$  时, 三维非稳态热传导方程为:

$$\rho c \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial u}{\partial z} \right) = 0 \quad (2-90)$$

(2) 当  $u_S \leq u \leq u_L$  时, 三维非稳态热传导方程为:

$$\rho \left( c + \frac{L}{u_L - u_S} \right) \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial u}{\partial z} \right) = 0 \quad (2-91)$$

### 2.4.2 温度校正处理

由于等效比热法处理潜热的方法中, 对于某个铸件单元而言, 计算程序采用某一时刻的等效热容来代替某一时间步长内的等效热容, 而在这个时间步长内, 单元温度一般会发生变化, 当单元温度跨越液相线或固相线时, 由式 (2-90) 和式 (2-91) 易知, 此时间步长内的等效热容不是一致的, 因此需要进行温度校正处理, 否则会使温度计算不准确。

温度校正处理的本质思想是: 时间步长内的等效热容不一致实际上表示计算程序中吸收或释放的能量与实际吸收或释放的能量不一致, 温度校正处理是对不一致的能量进行处理, 使得计算程序满足能量守恒的原则。由于热容是针对单元而言的, 因此校正处理中使用的各个温度均是针对单元而言的, 温度校正处理分为以下 6 种情况:

(1)  $u_n > u_L$  降温至  $u_S \leq u_{n+1} \leq u_L$ , 校正一次所得温度值为:

$$u'_{n+1} = u_L + (u_{n+1} - u_L)c / c_e \quad (2-92)$$

(2)  $u_S \leq u_n \leq u_L$  降温至  $u_{n+1} < u_S$ , 校正一次所得温度值为:

$$u'_{n+1} = u_S + (u_{n+1} - u_S)c_e / c \quad (2-93)$$

(3)  $u_n > u_L$  降温至  $u_{n+1} < u_S$ , 校正一次所得温度值为:

$$u'_{n+1} = u_L + (u_{n+1} - u_L)c / c_e \quad (2-94)$$

如果  $u'_{n+1} < u_S$ , 需要进行第二次校正, 校正两次所得温度值为:

$$u''_{n+1} = u_S + (u'_{n+1} - u_S)c_e / c \quad (2-95)$$

(4)  $u_n < u_S$  升温至  $u_S \leq u_{n+1} \leq u_L$ , 校正一次所得温度值为:

$$u'_{n+1} = u_S + (u_{n+1} - u_S)c / c_e \quad (2-96)$$

(5)  $u_S \leq u_n \leq u_L$  升温至  $u_{n+1} > u_L$ , 校正一次所得温度值为:

$$u'_{n+1} = u_L + (u_{n+1} - u_L)c_e / c \quad (2-97)$$

(6)  $u_n < u_S$  升温至  $u_{n+1} > u_L$ , 校正一次所得温度值为:

$$u'_{n+1} = u_S + (u_{n+1} - u_S)c / c_e \quad (2-98)$$

如果  $u'_{n+1} > u_L$ , 需要进行第二次校正, 校正两次所得温度值为:

$$u''_{n+1} = u_L + (u'_{n+1} - u_L)c_e / c \quad (2-99)$$

其中,  $u_n$  为迭代前温度值,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $u_{n+1}$  为迭代后温度值,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $u'_{n+1}$  为校正一次的温

度值,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $u''_{n+1}$  为校正两次的温度值,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $c_e = c + \frac{L}{u_L - u_S}$  为合金等效比热容,  $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ 。

## 2.5 本章小结

(1) 经过对铸造过程进行一系列相对合理的假设和简化,建立了定向凝固过程的温度场模型,根据有限元数值计算理论,结合铸造过程的控制方程和边界条件,详细地推导出定向凝固过程温度场数值模拟的有限元离散过程以及求解方法。

(2) 针对定向凝固数值模拟中需要重点考虑辐射换热的特点,采用射线追踪法处理定向凝固过程中的辐射换热,通过适当的处理得到辐射换热边界条件的控制方程,推导出处理辐射换热的有限元形式。同时,根据计算机图形学的相关知识,并结合定向凝固工艺的特点,讨论了数值模拟程序中设置三维空间内辐射射线的方法。

(3) 潜热的处理对于温度场计算的准确性有着重要的影响,针对铸造过程的特点,采用等效比热法来处理铸件潜热,同时,考虑等效比热法在特殊情况下所带来的能量不守恒现象,采用相应的温度校正方法进行处理,保证在满足能量守恒的基础上合理地处理潜热。

## 3 有限元定向凝固过程温度场关键技术

### 3.1 引言

对于温度场数值模拟而言，材质内部的热量传递由傅里叶导热方程控制，材质与外界的热量交换由各个边界条件控制。由于铸造过程中各材质外表面的边界条件并不是一致的，因此如何有效地区分各个外表面的边界条件成为正确计算材质温度场的前提条件。目前商用化有限元软件一般通过界面交互的方式进行边界条件的设置，用户能够准确地设置各个边界条件，但操作过程较为复杂，尤其是对于复杂模型，而且一般要求用户有一定的有限元分析基础。为了尽量减少用户使用过程中的操作，本温度场数值模拟系统根据铸造工艺的特点，智能化地处理各个换热边界。

定向凝固过程相比一般铸造过程，最大的特点在于辐射换热，这点已经在上一章进行了详细的研究。针对 LMC 定向凝固工艺，其另外一个特点在于下冷却区的液态金属冷却液，随着型壳逐渐浸入液态金属冷却液，其换热过程是十分复杂的，因此，如何合理地处理型壳与液态金属冷却液的换热是 LMC 过程温度场数值模拟的关键所在。对于定向凝固过程温度场分析而言，一般的铸造缺陷（如卷气、夹杂、缩孔缩松等）很少发生，而主要关心等轴晶的产生，因此，需要采用合适的方法对定向凝固温度场进行分析。

本章对 HRS 和 LMC 定向凝固过程温度场自主开发过程中的一些关键技术进行讨论。首先，为了实现数值模拟系统对繁琐边界设置过程的智能化处理，针对铸造工艺特点，采用内外边界自动区分算法以及盒子树法对换热边界进行处理；针对 LMC 工艺中型壳与液态金属冷却液的复杂换热边界，根据“黑匣子”思维，采用随温度和时间变化的等效换热系数来处理浸入冷却液的型壳边界；针对定向凝固温度场分析的目的，采用 G/L 判据对定向凝固温度场进行分析；为了保证有限元温度场程序的计算效率，采用局部矩阵技术对有限元计算进行处理；最后，对自主开发的有限元定向凝固温度场数值模拟模块的界面及操作过程进行了介绍。

### 3.2 智能化换热边界处理

#### 3.2.1 智能化查找内外表面

换热边界的处理对于温度场数值模拟而言十分关键，而有限元分析中将物理几何模型离散为三维网格模型，因此有限元处理边界条件实际上是对网格模型的处理，有限元网格模型由节点和单元组成，其中单元是由多个节点组成的“块体”。实际铸造过程中的换热边界指的是材质外表面的边界，在有限元分析中，换热边界即是针对外表面单元而言，因此，为了智能化地处理铸造过程中的换热边界条件，温度场数值模拟系统需要自动区分各材质的不同边界单元，如铸件需要区分哪些表面单元与铸型接触、哪些表面单元与空气接触等。

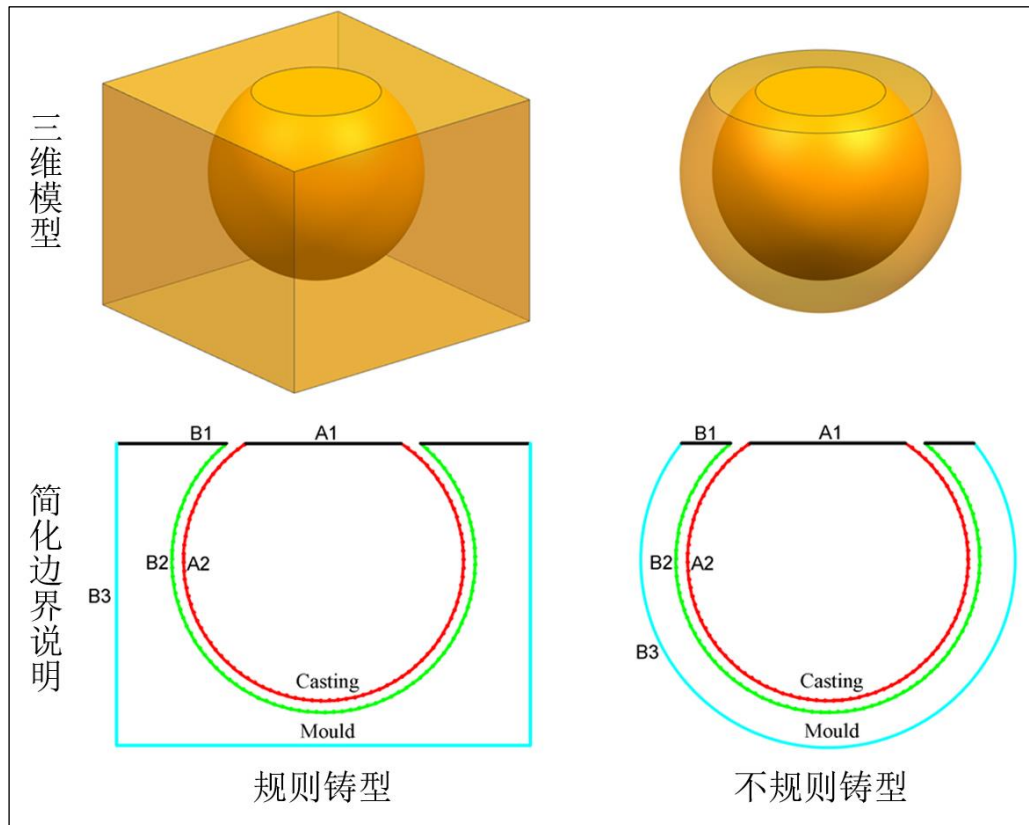


图 3-1 规则铸型与不规则铸型（模壳）边界

对于铸造工艺而言，从铸型的几何特征进行区分，我们可以将铸造工艺分为具有规则铸型的（如砂型铸造、金属型铸造等）和具有不规则铸型的（如熔模铸造、定向凝固工艺等），图 3-1 为规则铸型与不规则铸型的简化说明。对于具有规则铸型的铸造工艺，由于铸型外表面是规则的平面，通过找出各个平面的单元即可区分铸型的内外表面，而且铸件的浇注入口一般为平面，而且位于最顶端，因此也较为容易区分铸件的内外表面，这里需要说明的是内表面指的是与其他材质接触的表面，外表面指的是与空气接触的表面。

对于具有不规则铸型的铸造工艺，铸件的内外表面（即 A1 和 A2）仍然较为容易的进行区分，但对于铸型而言则较为困难，为了避免用户进行手动的选取内外表面，本文采用扩展接触单元的算法进行自动查找铸型内外表面，算法的具体流程如图 3-2 所示。

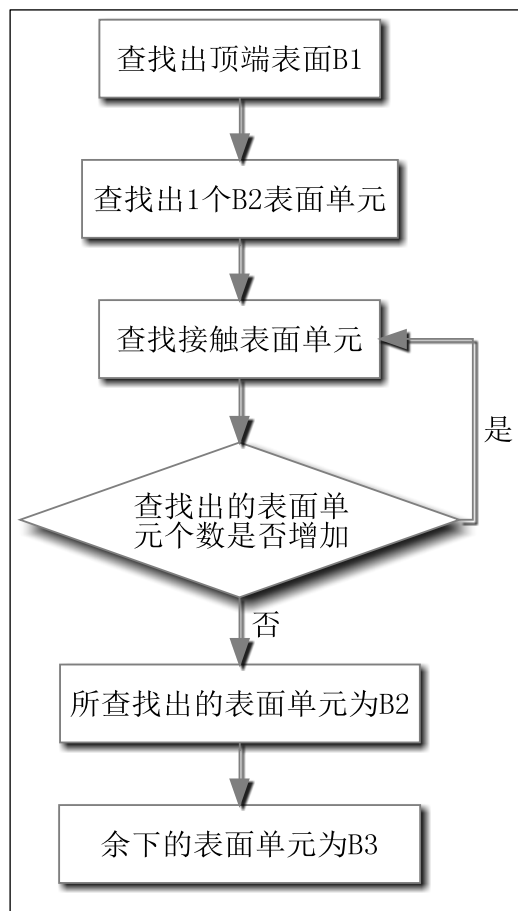


图 3-2 扩展接触单元算法

## 3.2.2 盒子树法设置边界条件

查找出各材质的内外表面，即区分各材质的哪些表面单元与其他材质接触，哪些表面单元与空气接触。在铸造过程温度场数值模拟过程中，设置的换热边界条件基本上为对流换热边界条件和辐射换热边界条件，辐射换热边界处理已在第 2 章进行详细研究，这里研究采用盒子树法设置对流换热边界条件。

由对流换热边界条件的控制方程即式 (2-5) 易知：对流换热边界需要获取界面换热系数  $h$  以及外界温度  $u_a$ 。对于材质外表面（如铸型外表面、浇注入口、明冒口顶端等）而言， $h$  和  $u_a$  一般设置定值；对于材质内表面而言， $h$  一般设置定值，但与所接触的材质有关， $u_a$  在模拟过程中是变化的。在有限元温度场模拟计算中，对流换热边界是针对表面单元而言，因此，对于单个表面单元来说， $h$  指该单元所属材质与该单元接触材质间的换热系数， $u_a$  指该单元所在位置处接触材质的温度。因此，在区分各材质内外表面的基础上，需要查找各内表面单元的接触材质以及各表面单元所处位置的接触材质温度，采用盒子树法处理对流换热边界的思路如下：

(1) 针对于对流换热边界，外部温度是针对某个单元而言的，因此查找单元外部温度时是针对单元形心而言，即找出形心位于哪个其他材质外表面内，进而求出在其他单元的插值温度作为外部温度；

(2) 对于某个单元形心而言，在形心位置的基础上给出一个容差，拓展为一个立方体；对于某个表面单元而言，找出 3 个顶点在 3 个方向的最大最小值，形成一个规则长方体（某个方向可以为 0）；

(3) 判断立方体与哪些长方体相交，接着在所相交的表面单元中找出最近的表面单元，查找的方法是计算形心与这些单元的最小间隔（并非垂直距离）；

(4) 得到与形心相隔最近的接触面单元之后，形心的外部温度应该是形心在接触面单元上的投影所处的温度，投影点的温度可由 3 个单元顶点插值得到。

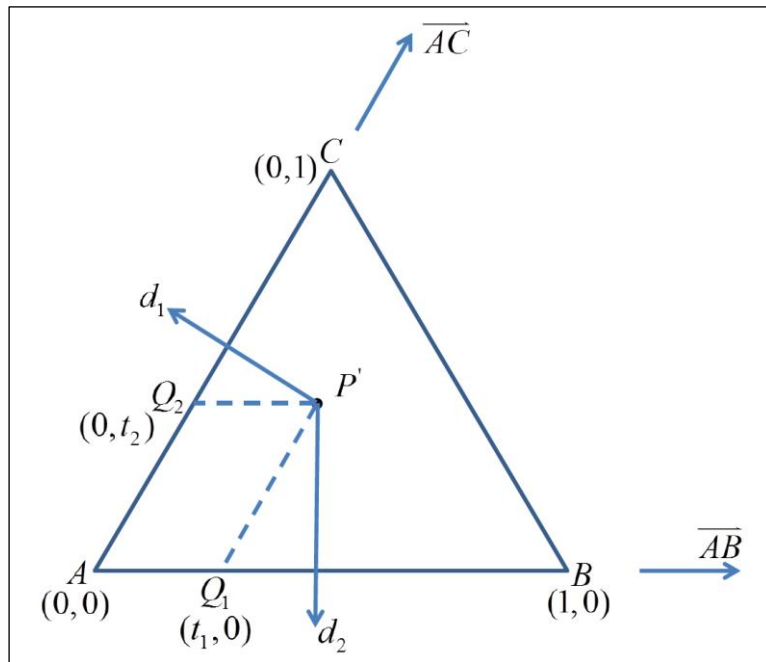


图 3-3 由接触面单元得到形心插值温度的几何示意图

图 3-3 为由接触面单元得到形心插值温度的几何示意图，几何符号说明如下：

- $A$  单元第 1 个顶点坐标
- $B$  单元第 2 个顶点坐标
- $C$  单元第 3 个顶点坐标
- $P$  形心坐标
- $P'$  形心单元面内的投影
- $\overline{AB}$  顶点  $A$  和  $B$  构成的向量
- $\overline{AC}$  顶点  $A$  和  $C$  构成的向量
- $\vec{n}$  单元所在平面的法向量
- $\vec{d}_1$  单元所在平面内与  $\overline{AC}$  相垂直的向量
- $\vec{d}_2$  单元所在平面内与  $\overline{AB}$  相垂直的向量
- $t_1$  射线  $\overline{AB}$  与面（ $P$  和  $\vec{d}_1$  所决定）相交的交点在射线  $\overline{AB}$  上的局部坐标



$t_2$  射线  $\overline{AC}$  与面 ( $P$  和  $\overline{d_2}$  所决定) 相交的交点在射线  $\overline{AC}$  上的局部坐标

$m_1$  投影点  $P'$  在单元平面内由第 1 个点插值的系数

$m_2$  投影点  $P'$  在单元平面内由第 2 个点插值的系数

$m_3$  投影点  $P'$  在单元平面内由第 3 个点插值的系数

(1) 向量  $\overline{AB}$  与  $\overline{AC}$  易知, 可得  $\overline{n} = \overline{AB} \times \overline{AC}$ ;

(2)  $\overline{d_1}$  由  $\overline{AC}$  绕  $\overline{n}$  旋转  $90^\circ$  得到,  $\overline{d_2}$  由  $\overline{AB}$  绕  $\overline{n}$  旋转  $90^\circ$  得到, 结果如下:

$$\overline{d_1} = (\cos \frac{\pi}{2}) \overline{AC} + (1 - \cos \frac{\pi}{2})(\overline{AC} \cdot \overline{n}) \overline{n} + (\sin \frac{\pi}{2})(\overline{n} \times \overline{AC}) \quad (3-1)$$

$$\overline{d_2} = (\cos \frac{\pi}{2}) \overline{AB} + (1 - \cos \frac{\pi}{2})(\overline{AB} \cdot \overline{n}) \overline{n} + (\sin \frac{\pi}{2})(\overline{n} \times \overline{AB}) \quad (3-2)$$

(3) 在单元上建立局部坐标系, 即  $\overline{AB}$  为 X 轴,  $\overline{AC}$  为 Y 轴, 那么投影点  $P'$  在局部坐标系内在两个局部坐标轴上的投影即为:  $P$  和  $\overline{d_1}$  所决定平面与射线  $\overline{AB}$  的交点、 $P$  和  $\overline{d_2}$  所决定平面与射线  $\overline{AC}$  的交点。由《计算机图形学几何工具算法详解》<sup>[62]</sup>中线性对象与平面的相交, 可得  $P$  和  $\overline{d_1}$  所决定平面可表示为:  $ax+by+cz+d=0$ , 其中  $\overline{d_1} = [a \ b \ c]$ , 易知  $d = -(\overline{d_1} \cdot P)$ ; 射线  $\overline{AB}$  表示为:  $Q_1 = A + t_1 \overline{AB}$ , 其中  $Q_1$  为交点,  $t_1$  可以理解成  $\overline{AB}$  为单元局部坐标时  $Q_1$  的局部坐标, 可得:

$$t_1 = \frac{-(\overline{d_1} \cdot A + d)}{\overline{d_1} \cdot \overline{AB}} \quad (3-3)$$

同理可得:  $t_2 = \frac{-(\overline{d_2} \cdot A + d)}{\overline{d_2} \cdot \overline{AC}}$ , 其中  $d = -(\overline{d_2} \cdot P)$  (3-4)

(4) 局部坐标中  $A(0,0)$ 、 $B(1,0)$ 、 $C(0,1)$ , 3 个顶点的温度值为  $T_1$ 、 $T_2$ 、 $T_3$ , 插值函数为:  $T(x,y) = a_0 + a_1x + a_2y$ , 代入 3 个顶点数据之后可得:

$T(x, y) = (1-x-y)T_1 + xT_2 + yT_3$ ，代入局部坐标  $(t_1, t_2)$  之后，可得 3 个插值系数为：

$$m_1 = 1 - t_1 - t_2 \quad (3-5)$$

$$m_2 = t_1 \quad (3-6)$$

$$m_3 = t_2 \quad (3-7)$$

## 3.3 LMC 液态金属冷却液边界处理

### 3.3.1 型壳与冷却液换热边界处理思路

LMC 定向凝固工艺中，型壳会逐渐抽拉浸入液态金属冷却液中，从处理型壳边界条件的角度来考虑，浸入到金属冷却液的表面单元由辐射换热转变为与冷却液的对流换热，如果仍然采用盒子树法处理此对流换热边界，由于型壳逐渐浸入的过程中冷却液会随之变动，因此冷却液部分需要重新划分网格，对于有限元数值模拟而言，三维重新划分网格的过程很难实现，因此型壳与液态金属冷却液的换热边界需要特别处理。

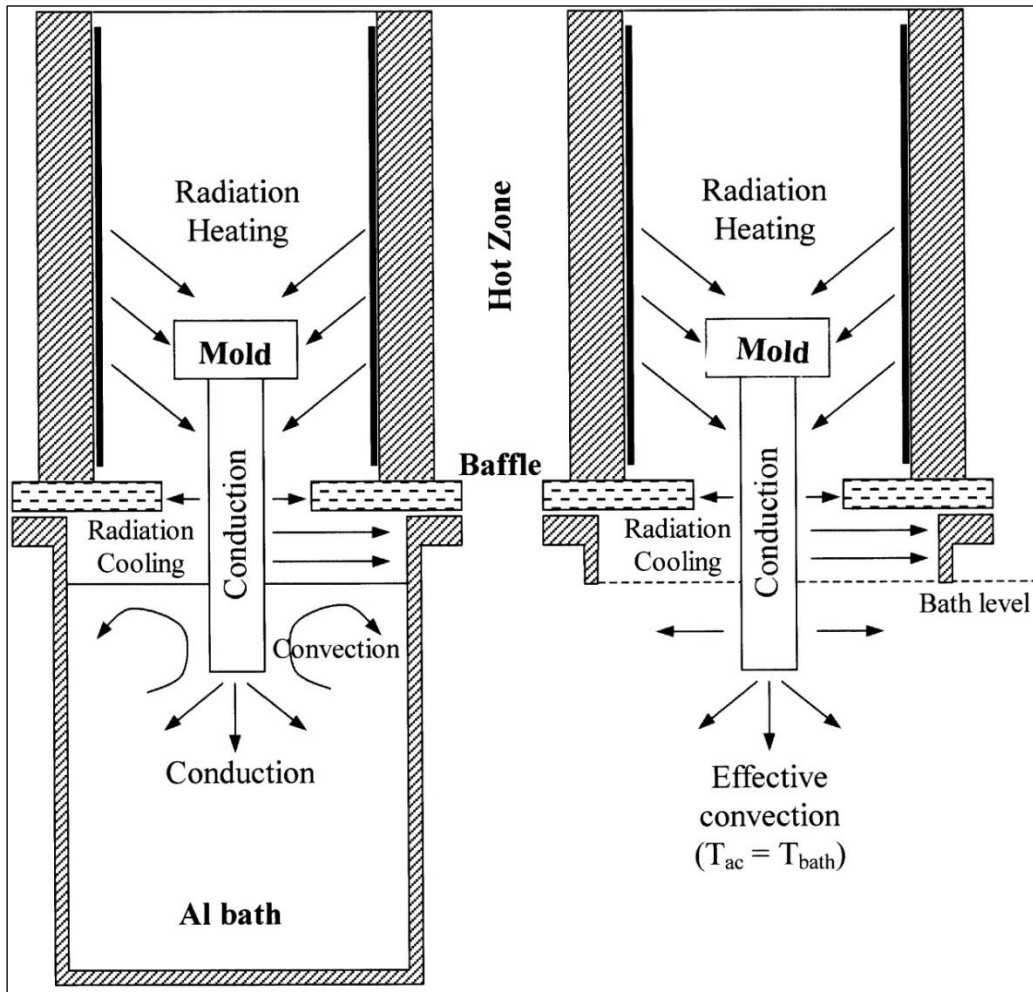


图 3-4 采用等效换热系数处理型壳与冷却液换热边界的示意图<sup>[56]</sup>

采用“黑匣子”的思维对此换热边界进行分析即：相比与液态金属冷却液而言，我们更为关心型壳，因此，只要在数值计算过程中型壳的边界设置合理，我们就不用去处理冷却液，避免有限元计算过程中重新划分网格。文献[66]对固体与液态金属的换热现象进行了相关的研究，该文献提出由一个随时间和温度变化的换热系数来描述固体与液态金属的对流换热现象。于是，数值计算过程中的处理思路为：判断型壳哪些表面单元浸入冷却液液面以下；浸入冷却液液面以下的表面单元的辐射率变为 0，其对流换热系数随时间和温度变化，外界温度为冷却液温度（定值）；数值计算过程中一直重复设置型壳外表面边界条件。采用等效换热系数处理型壳与冷却液换热边界的示意图如图 3-4 所示。

### 3.3.2 等效换热系数推导过程

在进行等效换热系数的推导之前，首先需要介绍流体中的三个物理概念<sup>[66]</sup>：普朗特数、努赛尔数、格拉晓夫数。各物理量的含义见表 3-1。

表 3-1 式 (3-8) 至式 (3-12) 中各物理量的含义

物理量	含义	单位	物理量	含义	单位
$C_p$	比热容	$J / (kg \cdot K)$	$\beta$	体积膨胀系数	$K^{-1}$
$\mu$	粘滞系数	$P_a \cdot s$	$\rho$	密度	$kg / m^3$
$k$	热传导率	$W / (m \cdot K)$	$\Delta T$	温度差	$K$
$h$	对流传热系数	$W / (m^2 \cdot K)$	$L$	特征长度	$m$
$g$	重力加速度	$m / s^2$	$D$	特征直径	$m$

#### (1) 普朗特数 $Pr$

普朗特数  $Pr$  是一个流体力学无因次的标量，以德国力学家路德维希·普朗特的名字命名，表示动黏滞系数和热扩散率的比例，也可以视为动量传递及热量传递效果的比例。普朗特数的定义为：

$$Pr = \frac{c_p \mu}{k} \quad (3-8)$$

#### (2) 努赛尔数 $Nu$

努赛尔数 (*Nusselt number*) 是流体力学中的一个无量纲数，以德国物理学家威廉·努塞尔特 (*Wilhelm Nusselt*) 的名字命名，以纪念其对此方面研究的突破。努赛尔数的物理意义为是表示对流换热强烈程度的一个准数，又表示流体层流底层的导热阻力与对流传热阻力的比。努赛尔数的定义为：

$$Nu = \frac{h \cdot L}{k} \quad (3-9)$$

(3) 格拉晓夫数  $Gr$

格拉晓夫数 (*Grashof number*,  $Gr$  数) 为一无量纲的标量, 常用在流体力学及热传导中。格拉晓夫数可以视为流体浮力与粘性力的比值, 是研究自然对流时重要的参数。格拉晓夫数的命名是源自德国工程师 *Franz Grashof*。

$$Gr_L = \frac{g \cdot \beta \cdot \rho^2}{\mu^2} \Delta T \cdot L^3 \quad (\text{垂直表面}) \quad (3-10)$$

$$Gr_D = \frac{g \cdot \beta \cdot \rho^2}{\mu^2} \Delta T \cdot D^3 \quad (\text{管道}) \quad (3-11)$$

$$Gr_D = \frac{g \cdot \beta \cdot \rho^2}{\mu^2} \Delta T \cdot D^3 \quad (\text{钝体}) \quad (3-12)$$

通过对不同金属冷却液以及不同模型的实验结果以及解析模型进行研究, 研究者们对努赛尔数、普朗特数、格拉晓夫数得到了如下的关系<sup>[66]</sup>:

$$Nu = C \left( \frac{Pr^2 Gr}{1 + Pr} \right)^n \quad (3-13)$$

当格拉晓夫数较少 ( $10^2 < Gr < 10^8$ ) 时, 得出  $C = 0.67$  和  $n = 1/4$ ; 当格拉晓夫数较多 ( $Gr > 10^8$ ) 时,  $C = 0.16$  和  $n = 1/3$ 。对 LMC 定向凝固工艺进行分析, 易知冷却液的格拉晓夫数  $Gr$  的定义为式 (3-10), 由式 1-7 可知格拉晓夫数由金属冷却液的物性参数、型壳与金属液的温度差以及型壳浸入深度决定。计算  $\Delta T$  和  $L$  分别取型壳与冷却液的最大温差和型壳浸入的最大深度; 得到参数  $C$  和  $n$  之后, 由式 (3-8)、式 (3-9)、式 (3-10) 以及式 (3-13) 可得对流换热系数值为:

$$h = kC \left( \frac{c_p^2 g \beta \rho^2}{k(k + c_p \mu)} \right)^n \Delta T^n L^{3n-1} \quad (3-14)$$

由于当液态金属冷却液的材质、温度不一样时, 其各个物性参数也不一样, 所以

## 华中科技大学硕士学位论文

对于不同材质、不同温度金属冷却液，相对应的等效对流换热系数值也不一样。表 3-2 为锡液温度为 280℃、330℃、400℃时各物理量的取值。带入相应温度下的各个物理量值，得到锡液温度为 280℃、330℃、400℃时的等效对流换热系数值，如表 3-3 所示。表 3-4 为铝液温度为 700℃、750℃、800℃时各物理量的取值。带入相应温度下的各个物理量值，得到铝液温度为 700℃、750℃、800℃时的等效对流换热系数值，如表 3-5 所示。

表 3-2 锡液温度为 280℃、330℃、400℃时各物理量的取值

物理量	含义	280℃	330℃	400℃	单位
$g$	重力加速度	9.8	9.8	9.8	$m/s^2$
$\beta$	体积膨胀系数	$6.95 \times 10^{-5}$	$6.38 \times 10^{-5}$	$5.87 \times 10^{-5}$	$K^{-1}$
$\rho$	密度	6929.11	6894.96	6845.71	$kg/m^3$
$\mu$	粘滞系数	$1.8941 \times 10^{-3}$	$1.7138 \times 10^{-3}$	$1.5274 \times 10^{-3}$	$Pa \cdot s$
$c_p$	比热容	245.8	243	241	$J/(kg \cdot K)$
$k$	热导率	31.31	32.36	33.84	$W/(m \cdot K)$

表 3-3 锡液温度为 280℃、330℃、400℃时的对流换热系数值

锡液温度 (℃)	对流换热系数值 ( $W/(m^2 \cdot K)$ )
280	$h = 629.68\Delta T^{1/3}$
330	$h = 612.42\Delta T^{1/3}$
400	$h = 598.79\Delta T^{1/3}$

## 华中科技大学硕士学位论文

表 3-4 铝液温度为 700℃、750℃、800℃时各物理量的取值

物理量	含义	700℃	750℃	800℃	单位
$g$	重力加速度	9.8	9.8	9.8	$m/s^2$
$\beta$	体积膨胀系数	$6.70 \times 10^{-5}$	$6.60 \times 10^{-5}$	$6.53 \times 10^{-5}$	$K^{-1}$
$\rho$	密度	2378.02	2361.44	2344.58	$kg/m^3$
$\mu$	粘滞系数	$1.1916 \times 10^{-3}$	$1.0785 \times 10^{-3}$	$0.9854 \times 10^{-3}$	$P_a \cdot s$
$c_p$	比热容	1175.8	1175.8	1175.6	$J/(kg \cdot K)$
$k$	热导率	91.49	93.16	94.83	$W/(m \cdot K)$

表 3-5 铝液温度为 700℃、750℃、800℃时的对流换热系数值

铝液温度 (℃)	对流换热系数值 ( $W/(m^2 \cdot K)$ )
700	$h = 1237.40 \Delta T^{1/3}$
750	$h = 1233.59 \Delta T^{1/3}$
800	$h = 1231.04 \Delta T^{1/3}$

### 3.4 定向凝固温度场 G/L 判据

在对定向凝固过程温度场进行分析之前，首先需要介绍以下 5 个参数概念：

- (1) 温度梯度  $G$ ：针对节点而言，表示节点与周围节点之间的温度趋势， $K/m$ ；
- (2) 冷却速率  $R$ ：针对节点而言，表示节点凝固的快慢程度， $K/s$ ；
- (3) 等温面推进速率  $P$ ：针对整体而言，表示凝固过程中某个温度的等温面的变化快慢， $m/s$ ；

(4) 凝固速率  $L$ : 针对整体而言, 可以认为是特殊的等温面推进速率, 只不过等温面特指液固相线内的某个温度, 表示液固界面推进的快慢,  $m/s$ ;

(5) 抽拉速率  $V$ : 针对整体而言, 表示定向凝固工艺中的型壳抽拉速率,  $m/s$ ;

对定向凝固温度场分析的目的在于: 通过对温度场数据进行处理, 反映出铸件在定向凝固过程中柱状晶或单晶的分布趋势、可能出现的等轴晶及其位置。对于定向凝固工艺而言, 控制凝固过程中的温度梯度  $G$  和凝固速率  $L$  的适当“耦合”, 可以获得定向柱状晶以及共晶等高温合金定向凝固组织, 一般采用  $G/L$  判据对定向凝固温度场进行分析, 如当  $G/L \geq 0.43^\circ\text{C}\cdot\text{hr}/\text{cm}^2$  时, 多数镍基高温合金在定向凝固时很少出现等轴晶<sup>[67]</sup>。因此, 本文采用  $G/L$  判据对 HRS 和 LMC 模拟温度场进行分析。

$$\text{温度梯度的计算采用公式}^{[68]}: G = \frac{R}{L} \quad (3-15)$$

在 HRS 和 LMC 定向凝固温度场分析中, 认为凝固速率  $L$  近似等于抽拉速率  $V$  即<sup>[69]</sup>:  $L \approx V$  (3-16)

$$\text{冷却速率 } R \text{ 的计算公式为: } R = \frac{T_l - T_s}{t} \quad (3-17)$$

其中,  $T_l$  为液相线温度,  $T_s$  为固相线温度,  $t$  为节点由液相线温度降至固相线温度所需的时间。

由式 (3-15)、式 (3-16) 以及式 (3-17) 可得:

$$\text{判据 } \frac{G}{L} = \frac{R}{L^2} = \frac{R}{V^2} = \frac{T_l - T_s}{t \cdot V^2} \quad (3-18)$$

### 3.5 有限元局部矩阵处理

实际铸造工艺中往往采用多材质, 如: 铸件、铸型、型芯、冷铁等。对于铸造过程模拟而言, 按照通用有限元处理思路, 需要对整体进行组装矩阵即式 (2-64) 中矩阵应包含各个材质, 使得复杂铸造工艺中整体矩阵较大, 有限元计算效率较低。因此, 本文提出局部矩阵的概念, 即对各个材质单独组装矩阵, 由多个独立矩阵来代替整体矩阵, 图 3-5 为整体矩阵与局部矩阵示意图。



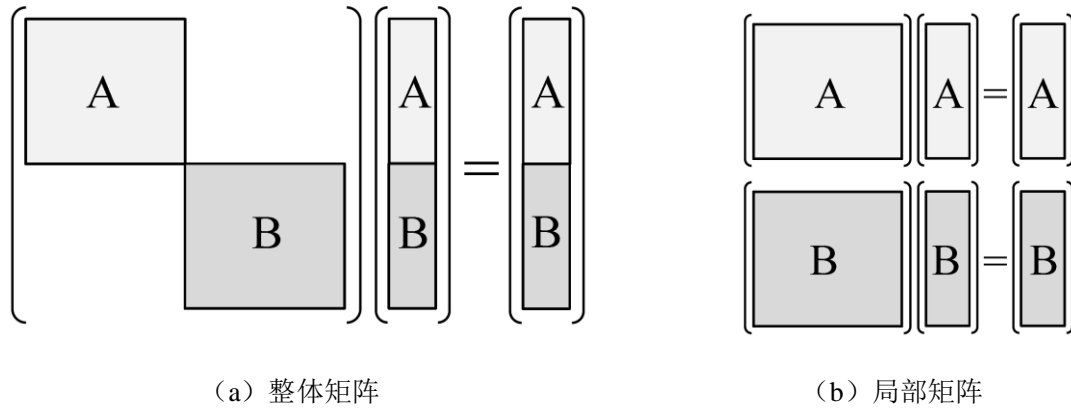


图 3-5 整体矩阵与局部矩阵示意图

图 3-5 中区域 A 表示铸件，区域 B 表示铸型，可知随着局部矩阵的引入，将原先大型矩阵运算分解为多个小型矩阵运算。以 1 个  $2n \times 2n$  矩阵运算分解为 2 个  $n \times n$  矩阵运算为例，1 个  $2n \times 2n$  矩阵运算的求解量为  $2n$  个包含  $2n$  个变量的等式，而 2 个  $n \times n$  矩阵运算的求解量为  $2n$  个包含  $n$  个变量的等式，可知矩阵运算的分解会减少运算量，从而提高计算效率。因此，局部矩阵的处理方式使得铸造过程有限元计算效率得以提高，需要说明的是随着铸造工艺中材质数目的增加，局部矩阵的数目也会相应增加。

### 3.6 有限元 HRS 和 LMC 定向凝固温度场数值模拟模块

基于前文所述的定向凝固温度场模型以及边界处理模型，本文开发了有限元 HRS 和 LMC 定向凝固温度场数值模拟模块。下面说明此有限元定向凝固过程温度场数值模拟模块的界面及操作过程。

(1) 文件读取及保存，如图 3-6 所示。选择有限元网格文件的路径以及设置温度场数值计算结果的保存路径。

(2) 设置物性参数，如图 3-7 所示。选择各材质物性参数文件，此物性参数文件包含各材质（铸件、型壳、型芯、辐射挡板等）的热物性参数（密度、导热系数、比热容、潜热、液固相线温度等），这里需要说明的是在定向凝固温度场模拟过程中，

由于实际铸件在真空环境下生产，因此此时与空气的换热系数设为  $0W/(m^2 \cdot K)$ 。

(3) 选择定向凝固生产工艺，如图 3-8 所示。选择定向凝固工艺为 HRS 或 LMC，并设置相应工艺的参数。选择 HRS 工艺时，需设置抽拉速度、抽拉时间、炉体辐射率以及材质辐射率；选择 LMC 工艺时，还需要设置液态金属冷却液的液面位置、冷却液材质以及冷却液温度。

(4) 设置运行参数，如图 3-9 所示。为了避免保存的温度场计算文件过多，设置文件保存间隔以及总迭代步数，同时设置最大最小时间步长对计算过程中时间步长进行一定的控制。

设置完前面 4 项之后，即可点击“开始计算”按钮进行定向凝固温度场数值模拟计算。从上面的程序操作过程可以看到，整个定向凝固温度场数值计算是向导式的，用户只需简单的几个操作即可完成计算工程的设置，复杂的换热边界条件设置均由程序智能化地完成。

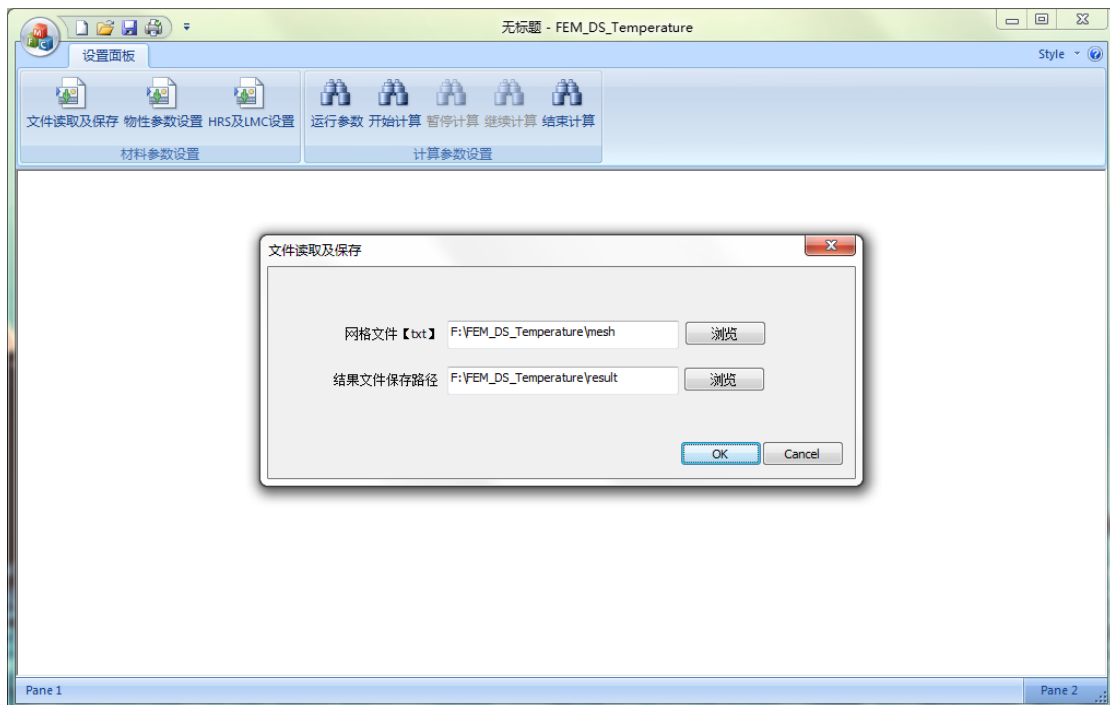


图 3-6 文件读取及保存

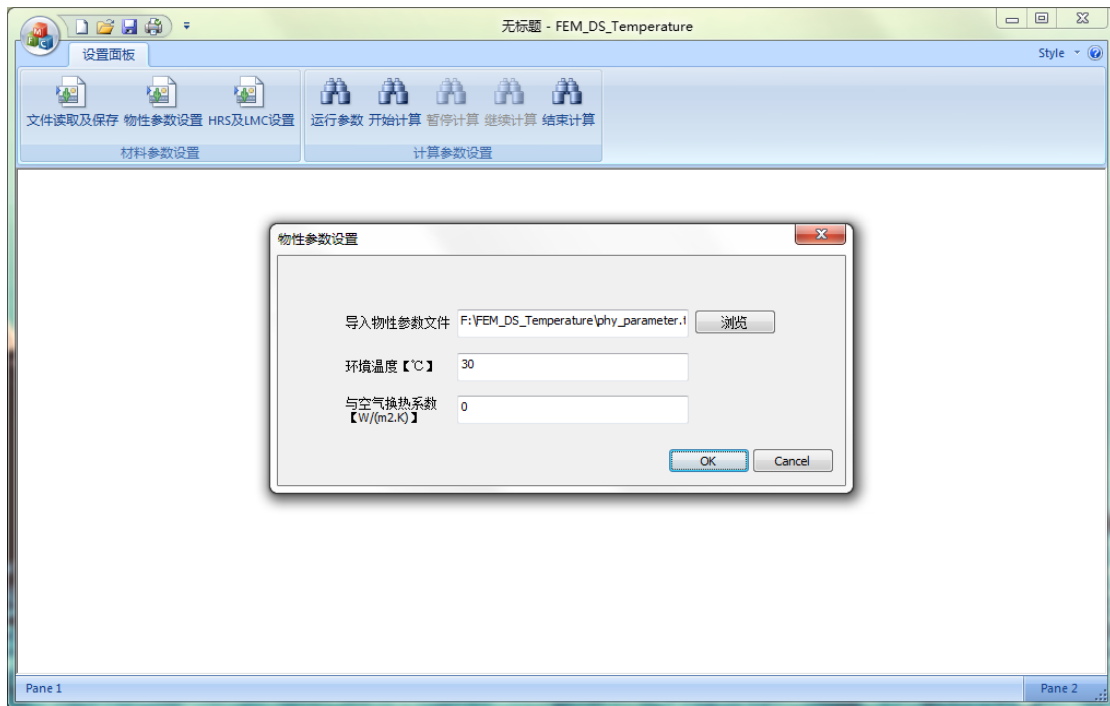


图 3-7 物性参数设置

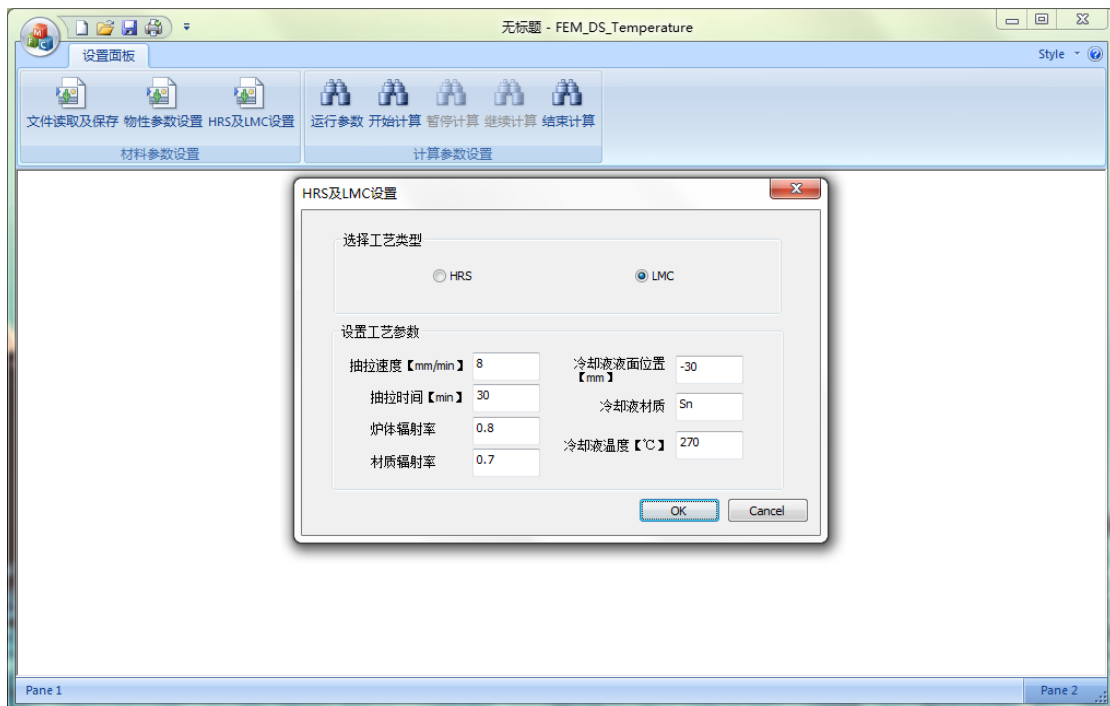


图 3-8 HRS 及 LMC 设置

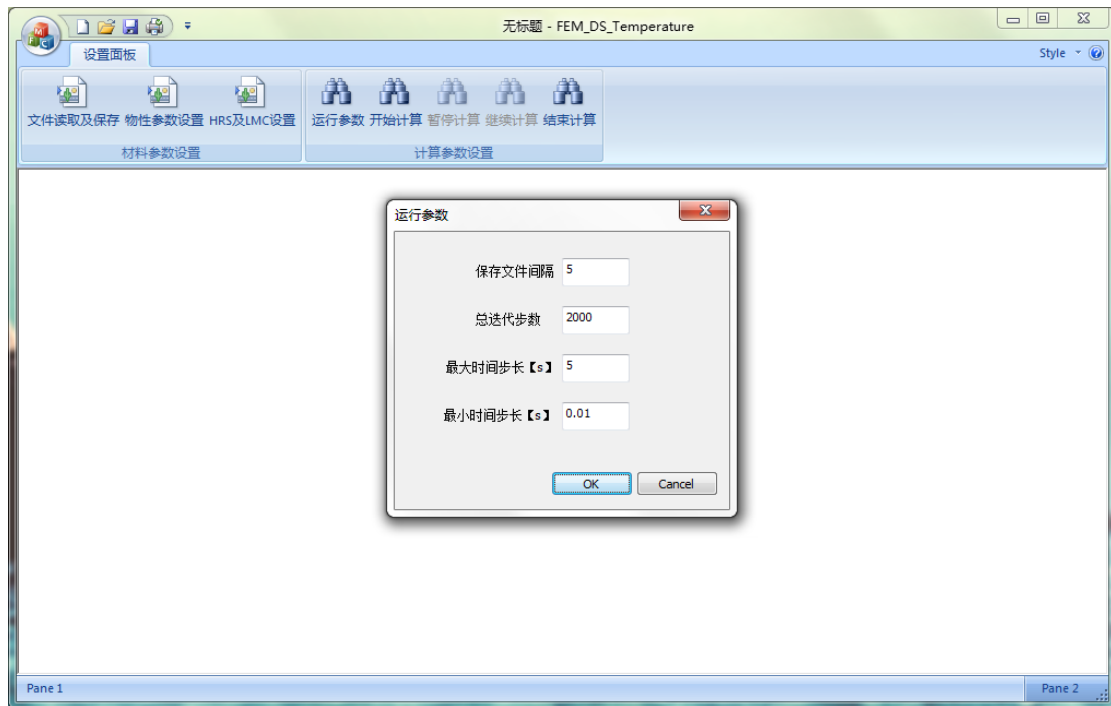


图 3-9 运行参数设置

## 3.7 本章小结

(1) 针对铸造工艺的特点，采用智能化查找材质内外表面的算法，自动区分各材质的内外表面，避免用户手动选择的繁琐操作。在查找出各材质内外表面之后，采用盒子树法处理各个接触表面边界条件，能够在不过多要求网格质量的基础上，较为合理地处理各材质接触表面的对流换热边界条件。

(2) LMC 工艺中型壳在抽拉过程中会逐渐浸入液态金属冷却液，为了避免直接对此换热过程求解所带来的网格重新划分难题，采用随温度和时间变化的等效换热系数来处理型壳与冷却液的换热，并计算得到不同温度的 Al 液和 Sn 液的等效换热系数。

(3) 实际定向凝固生产中需要避免等轴晶的产生，为了对 HRS 和 LMC 定向凝固模拟所得到的温度场进行分析，采用  $G/L$  判据来预测铸件可能出现等轴晶的部位。

(4) 为了保证有限元模拟程序的计算效率，提出局部矩阵的概念，在有限元处

## 华中科技大学硕士学位论文

---

---

理过程中分开组装各个材质的计算矩阵，从而避免整体矩阵过大所带来的计算量过大问题，保证有限元数值模拟系统计算多材质复杂模型的计算效率。

(5) 介绍了自主开发的有限元 HRS 和 LMC 定向凝固过程温度场数值模拟模块的界面及其操作过程。

## 4 有限元铸造温度场数值模拟系统的实验验证

### 4.1 引言

铸造过程温度场主要由热量在材质内部的传导和材质与外界的热量交换所决定的，数值模拟过程中分别由热传导方程和换热边界条件决定，有限元处理过程中将热传导方程与换热边界条件联合起来求解。为了验证温度场数值模拟系统的算法，即对程序中实现的有限元处理操作（如积分操作、矩阵组装、矩阵求解等）的正确性进行验证。为了避免换热边界处理对温度场的影响，本文首先采用温度场数值模拟系统计算典型工字件的空冷温度场，由于通用化有限元平台 ANSYS 作为公认的有限元软件，认为其有限元算法是准确的，因此将模拟结果与 ANSYS 的模拟结果进行对比，从而对有限元温度场数值模拟系统的算法进行验证。

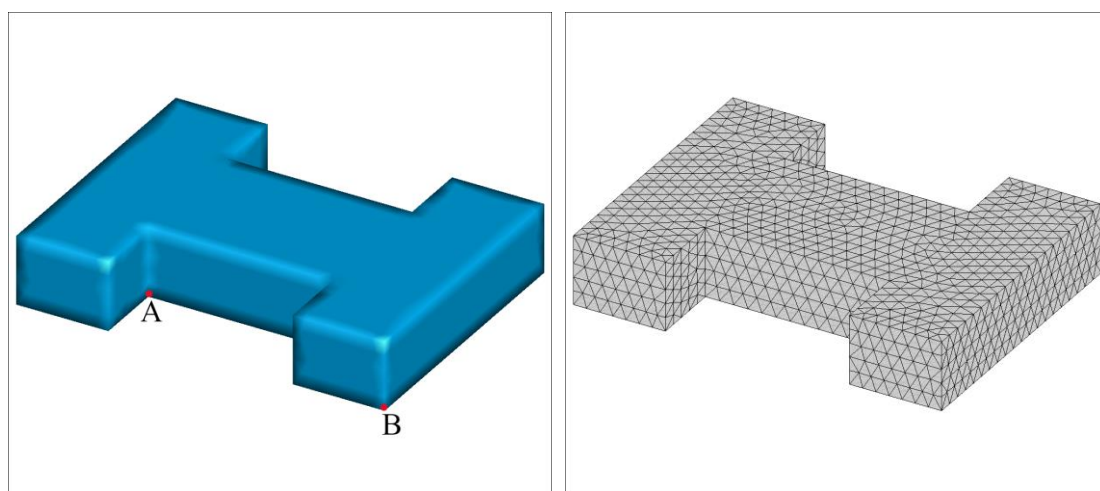
对于数值模拟系统而言，只有当其模拟结果与实际生产结果相符，为实际生产提供指导作用，才能认为此数值模拟系统具有可行性。本文采用有限元温度场数值模拟系统计算一组实际生产的熔模铸造工艺，预测铸件可能出现缩孔缩松的部位，将模拟结果与实际结果进行对比验证，验证有限元铸造温度场数值模拟系统的可行性。

本章首先验证温度场数值模拟系统的算法，为了避免其他处理（如网格模型、边界处理、变物性参数、时间步长等）对算法验证的影响，温度场数值模拟系统与 ANSYS 采用相同的网格模型、相同的空冷边界、相同的恒定物性参数以及相同的定时间步长，进而将两者计算的典型工字件的空冷过程温度场进行对比。接着，采用温度场数值模拟系统对一组实际生产的熔模铸造工艺进行模拟计算，其中各材质采用随温的物性参数，型壳网格模型在铸件网格模型的基础上得到，通过将模拟结果与实际浇注结果进行对比，对温度场数值模拟系统的可行性进行验证。

## 4.2 温度场数值模拟系统算法验证

### 4.2.1 典型工字件模型及参数设置

为了验证所开发有限元温度场数值模拟系统的算法准确性,本文通过计算典型工字件空冷过程温度场,与大型通用型有限元分析软件 ANSYS 模拟结果进行对比分析。典型工字件的几何模型如图 4-1a 所示,其中典型工字件的几何模型大小为  $60\text{mm}\times 80\text{mm}\times 15\text{mm}$ ,图 4-1b 为典型工字件的网格模型,其采用四面体一次单元,其中节点总数为 2240,单元总数为 8570,温度场数值模拟系统与 ANSYS 采用相同的网格模型。典型工字件的初始温度为  $500^{\circ}\text{C}$ ,环境温度为  $30^{\circ}\text{C}$ ,典型工字件与空气间的对流换热系数为  $50\text{W}/(\text{m}^2\cdot^{\circ}\text{C})$ ,典型工字件的热物性参数见表 4-1,另外,模拟计算的时间步长均取  $t=1\text{s}$ 。



(a) 几何模型

(b) 网格模型

图 4-1 典型工字件模型

# 华中科技大学硕士学位论文

表 4-1 典型工字件的热物性参数

物性参数	数值	单位
导热系数	60	$W/(m^2 \cdot ^\circ C)$
密度	7800	$kg/m^3$
比热容	0.607	$J/(g \cdot ^\circ C)$

## 4.2.2 模拟结果对比分析

根据上述的典型工字件模型以及各参数设置,分别采用自主开发的有限元温度场模拟系统和 ANSYS 计算其空冷过程温度场。选取工字件中两个特殊点 A 点和 B 点,如图 4-1a 所示,将数值模拟系统中计算的 A 点和 B 点各时刻温度与 ANSYS 模拟计算的结果相对比,对比结果见表 4-2。

表 4-2 数值模拟系统与 ANSYS 所计算的 A、B 点各时刻温度对比

时间/s	A 点温度/ $^\circ C$			B 点温度/ $^\circ C$		
	程序	ANSYS	相对误差/%	程序	ANSYS	相对误差/%
10	487.563	488.140	1.182	481.922	482.650	1.511
20	476.745	477.300	1.163	469.914	470.610	1.482
40	455.845	456.350	1.106	448.456	449.100	1.437
60	435.933	436.420	1.117	428.647	429.260	1.429
80	416.954	417.430	1.140	409.939	410.530	1.443
100	398.864	399.330	1.167	392.155	392.730	1.465
200	320.337	320.770	1.351	315.049	315.560	1.621
400	209.877	210.220	1.634	206.601	206.990	1.884
600	141.442	141.700	1.824	139.412	139.700	2.065
800	99.043	99.233	1.915	97.786	97.994	2.130
1000	72.775	72.911	1.862	71.996	72.143	2.038
1200	56.501	56.597	1.693	56.019	56.121	1.829

从表 4-2 中的对比结果来看,数值模拟系统与 ANSYS 所计算的 A、B 两点温度的最大相对误差为 2.130%。从数值模拟的角度来看,数值模拟系统与 ANSYS 的计



算结果几乎没有差别。对两者之间的误差进行分析，其原因在于：即使将温度场数值模拟系统与 ANSYS 的网格模型、物性参数、时间步长等设置一样，有限元法作为一种数值模拟方法，其本身就是一种近似解法，求解过程中的其他操作（如矩阵求解、接近零值的处理等）不可能处理的完全一样，因此两者之间的微小差异是完全可以接受的。ANSYS 作为通用有限元分析平台，其有限元计算功能被业界普遍认可，通过对比数值模拟系统与 ANSYS 所计算的典型工字件空冷过程温度场，两者相对误差很小，因此可以认为自主开发的温度场数值模拟系统的有限元算法是正确的。图 4-2 为温度场数值模拟系统所计算的典型工字件 4 个时刻的温度场分布，从温度场分布来看，模拟结果与是符合实际物理规律的。

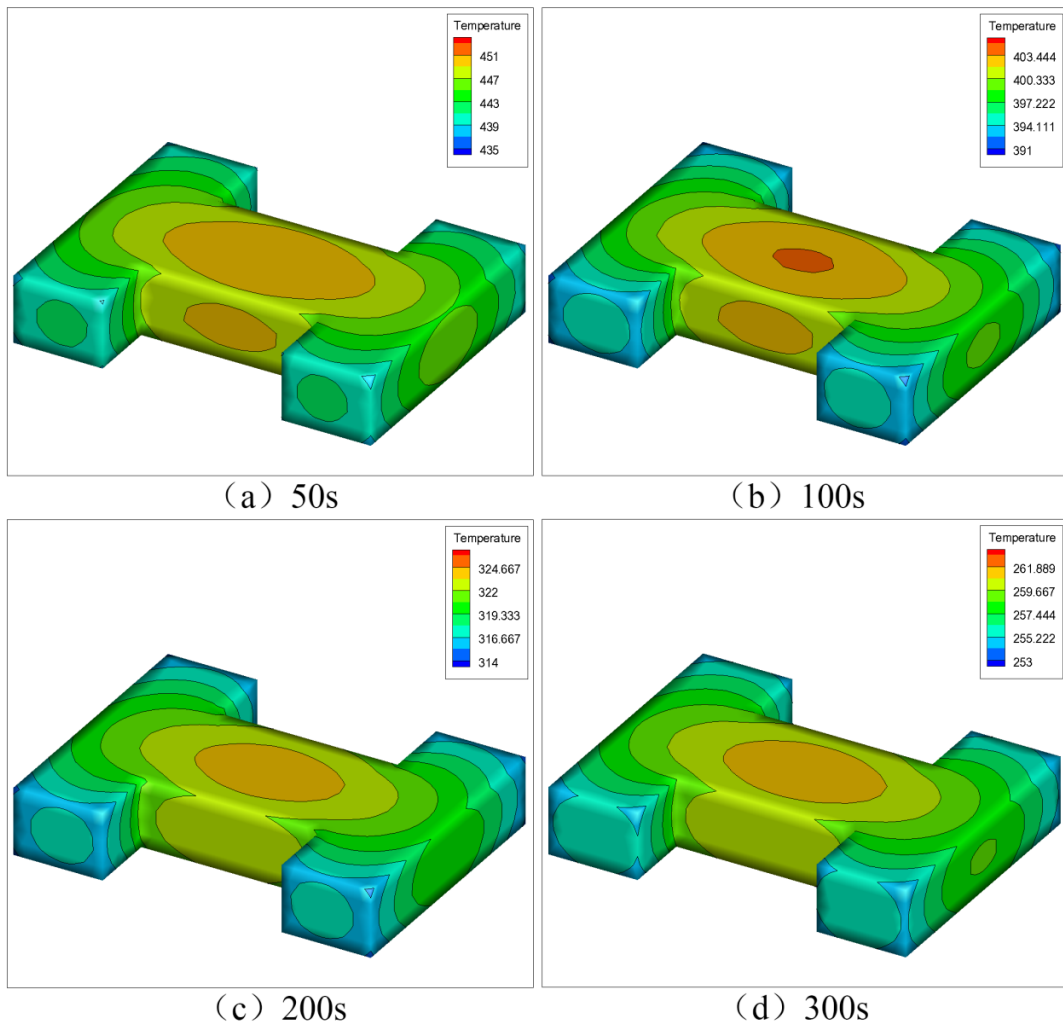


图 4-2 温度场数值模拟系统所计算的典型工字件 4 个时刻的温度场分布

### 4.3 熔模铸造工艺的温度场数值模拟与实验验证

#### 4.3.1 初始方案的温度场计算与实验验证

##### (1) 初始方案模型及参数设置

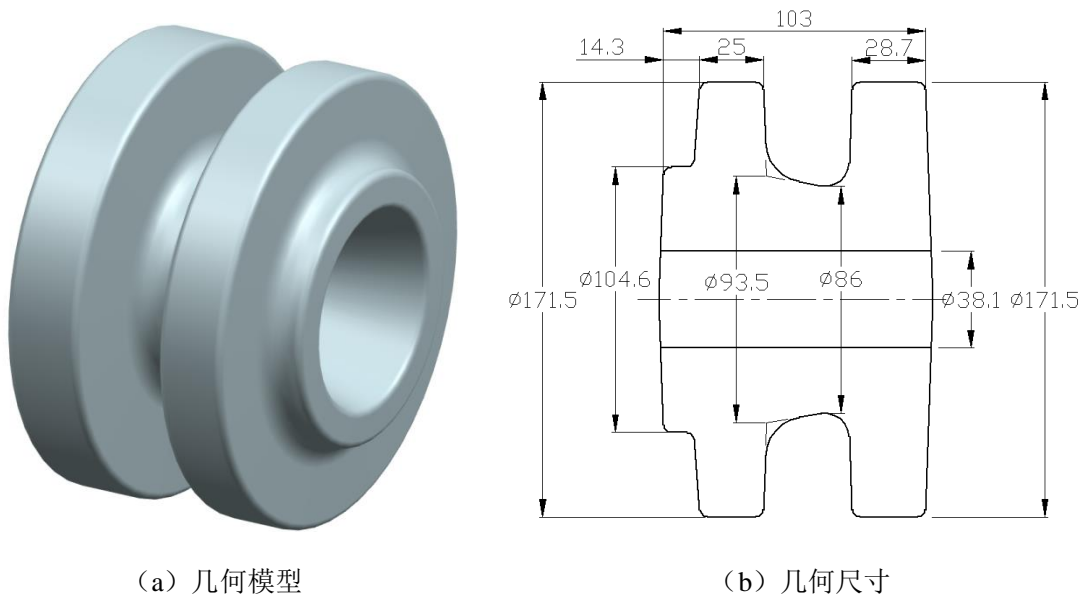


图 4-3 阀盖件几何模型及几何尺寸

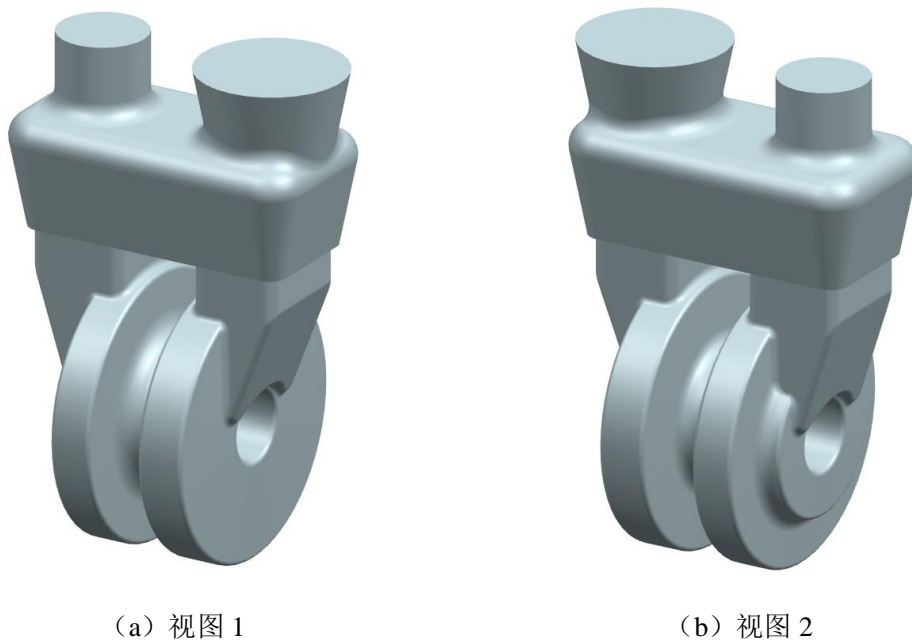
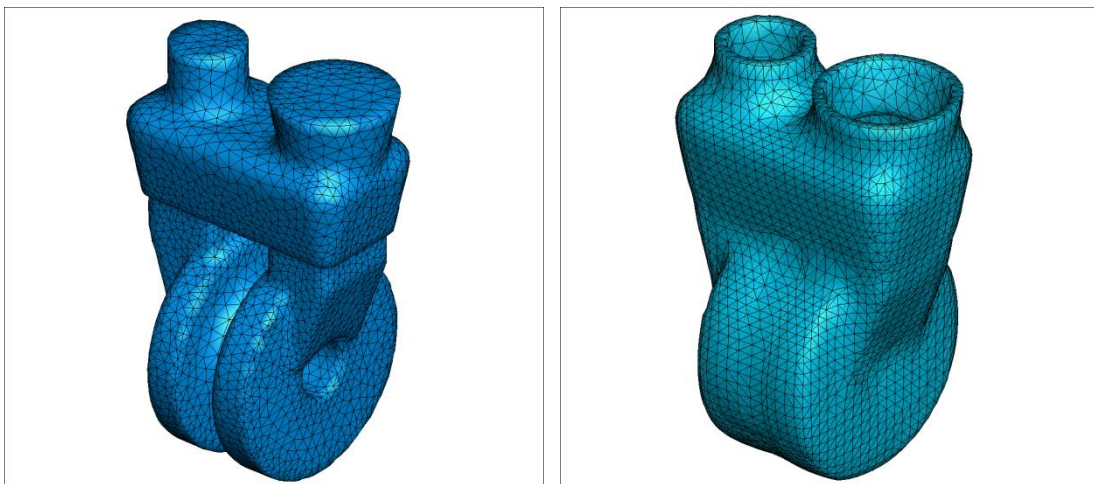


图 4-4 初始铸造工艺

熔模铸造工艺中的铸钢阀盖件三维几何模型以及几何尺寸如图 4-3 所示。其中铸件材质采用铸钢阀门常见材质 WCB，制壳采用熔模铸造水玻璃工艺，要求铸件无缩孔缩松、裂纹等铸造缺陷。充分考虑此阀盖件的热节分布，通过在工艺中加入冒口等措施，达到优化铸件的凝固过程，实现有效的顺序凝固，使得冒口部分能够对铸件部分起到补缩的作用。设计的初始铸造工艺方案如图 4-4 所示。

由初始方案得到的铸件网格模型如图 4-5a 所示，型壳厚度为 10mm，型壳网格是在铸件表面网格的基础上随型生壳 10mm 得到的，型壳的网格模型如图 4-5b 所示，型壳材质为水玻璃砂。整体单元总数为 66219，节点总数为 16518。铸件和型壳的热物性参数参见华铸 CAE 物性参数数据库中 WCB 和水玻璃砂的物性参数，铸件的初始温度为 1600℃，型壳会进行相应的预热操作，设置型壳的初始温度为 1000℃，环境温度为 20℃。铸件与型壳的界面换热系数为  $1000\text{W}/(\text{mm}^2 \cdot \text{K})$ ，铸件及型壳与空气的界面换热系数为  $100\text{W}/(\text{mm}^2 \cdot \text{K})$ 。



(a) 铸件网格模型

(b) 型壳网格模型

图 4-5 初始方案网格模型

## (2) 初始方案模拟结果及实验验证

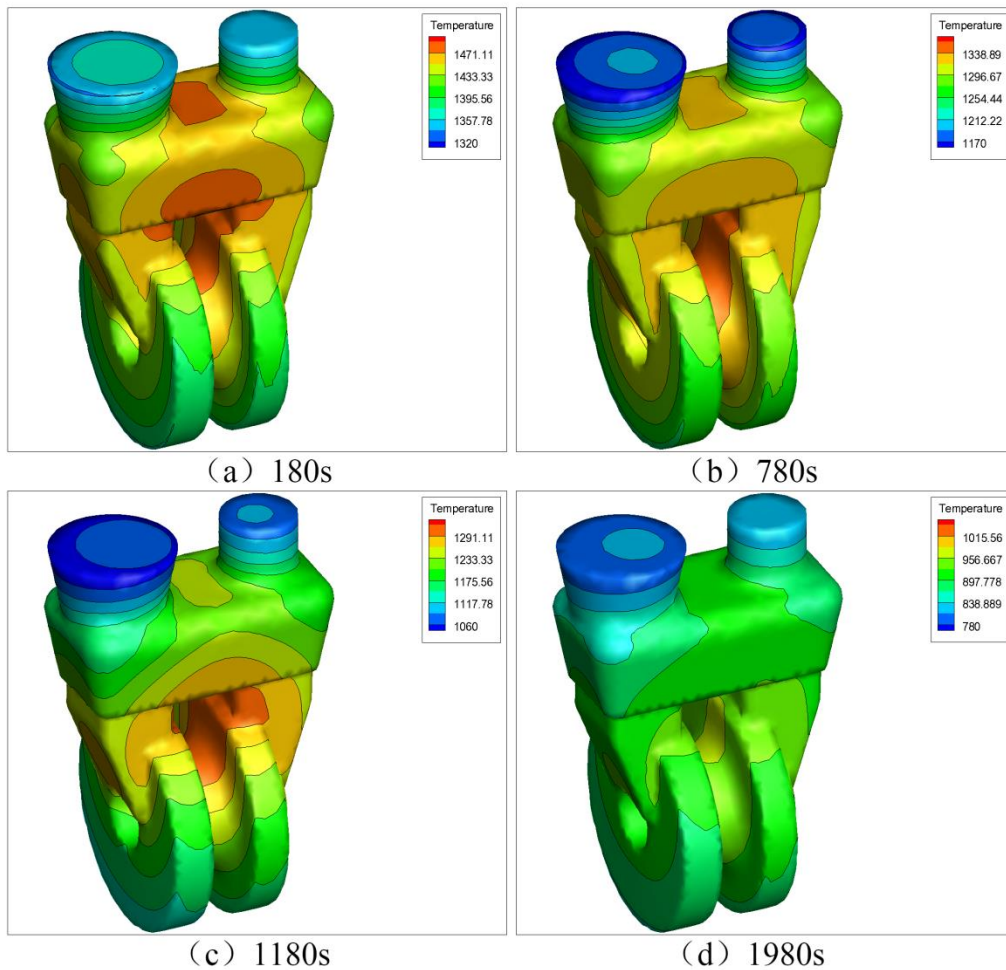


图 4-6 初始方案中铸件凝固过程中 4 个时刻的温度场

在确定初始铸造工艺方案之后，进行温度场数值模拟，同时进行单个实际浇注实验对比验证模拟结果。图 4-6 为凝固过程中铸件 4 个时刻的温度场分布，由于铸件中部形成较小的环形区域，使得制壳过程中使得该区域堵塞形成整体，铸件凝固过程中散热效果较差，铸件温度场模拟结果与分析相一致。由于铸件中部散热较慢，使得冒口对阀盖件中部的补缩效果较差，易形成孤立液相区，图 4-7 为铸件凝固后期的 4 个时刻的孤立液相区分布，液相区分布结果与温度场分析结果相一致。

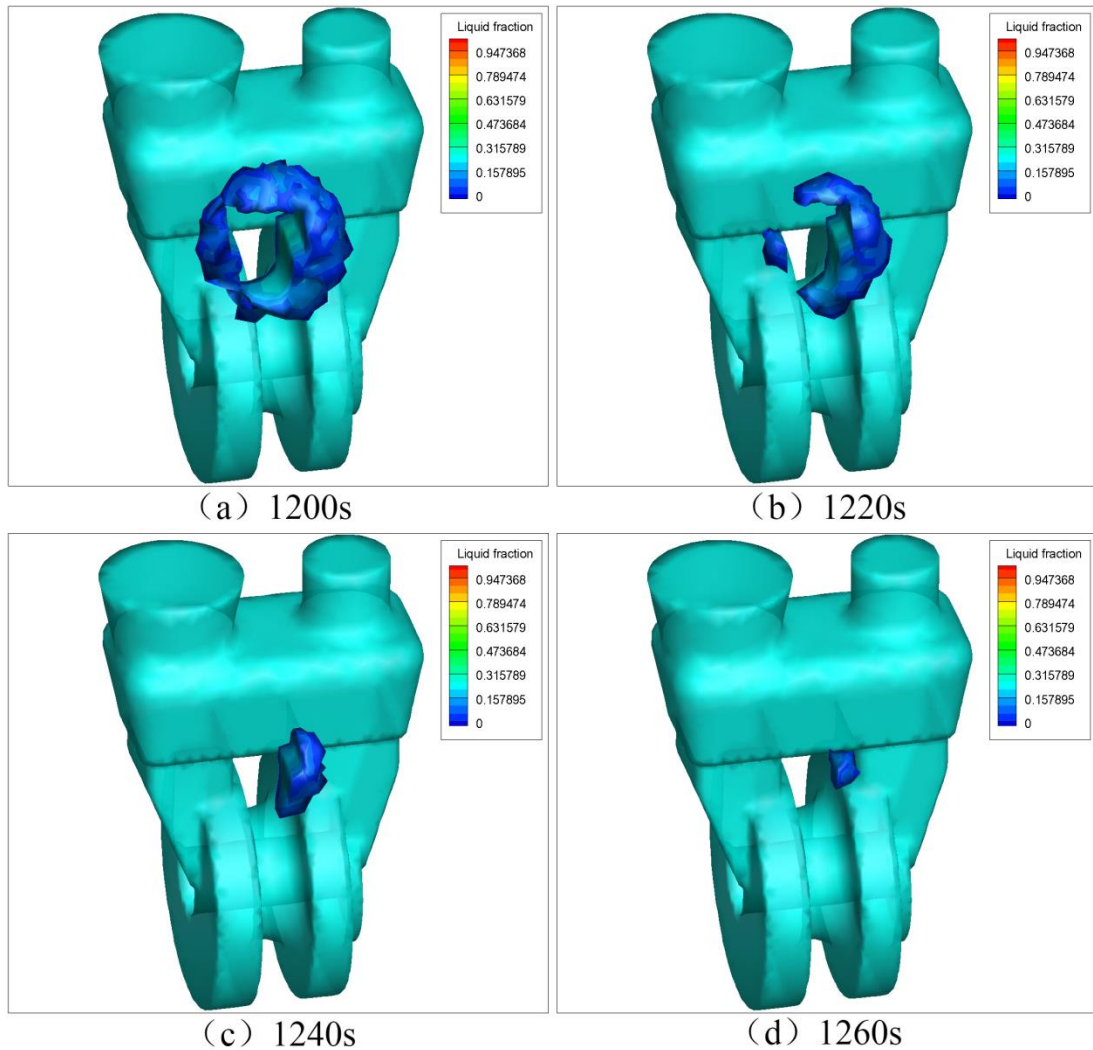


图 4-7 初始方案中铸件凝固后期的 4 个时刻的孤立液相区

结合温度场模拟结果和孤立液相区模拟结果可知，由于阀盖件中部降温较慢，使得其在凝固后期易形成孤立液相区，进而形成缩孔缩松缺陷。图 4-8 为温度场模拟系统计算得到的最终铸件的缩孔缩松分布，其中分别显示了孔隙率大于 0.02 和孔隙率大于 0.05 的部分，由缩孔缩松预测结果来看，阀盖件中部会出现孔松缺陷，实际铸件也在阀盖件中部出现了孔松缺陷，如图 4-8 中所示。因此，初始方案由于阀盖件中部降温较慢，使得阀盖件中部出现孔松缺陷，需要改进工艺。



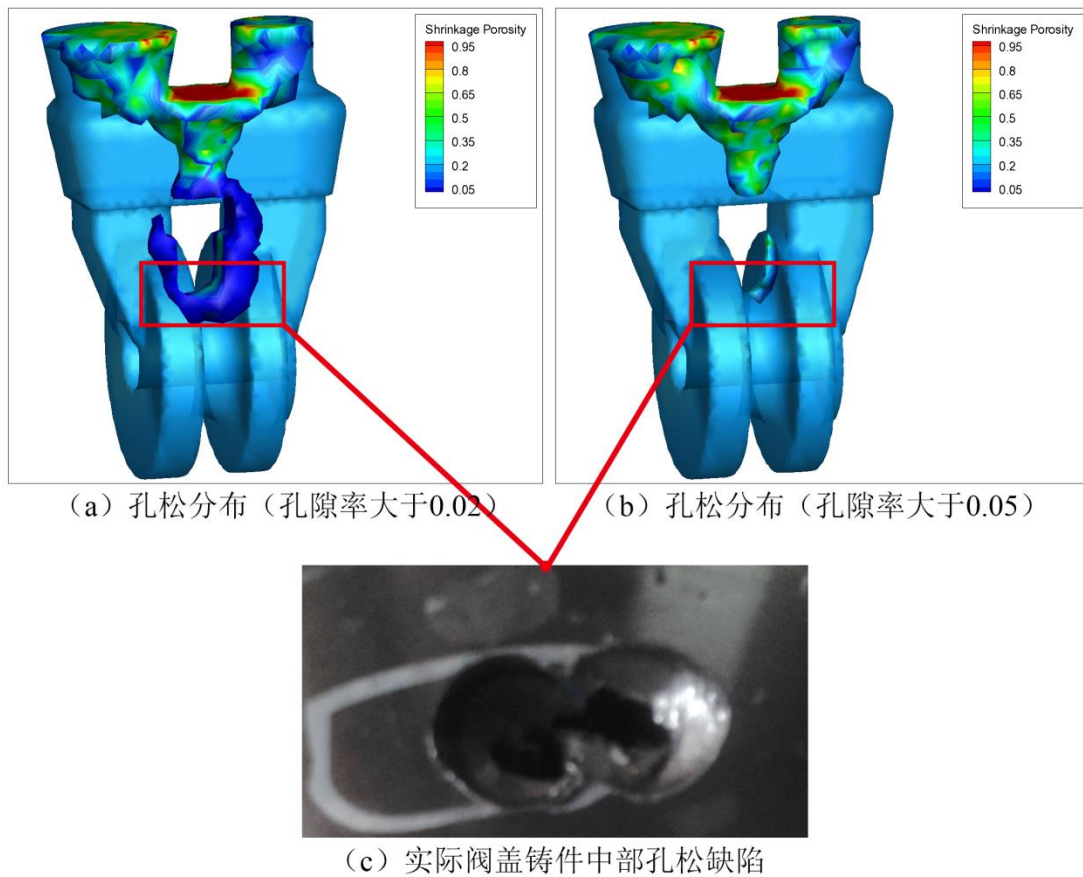


图 4-8 孔松分布预测和实际铸件孔松分布

### 4.3.2 改进方案的温度场计算与实验验证

#### (1) 改进方案模型及参数设置

对初始方案中铸件孔松缺陷及其形成原因进行分析之后,改进方案为:将冒口向不同方向偏移,减少冒口之间的相向面积,避免制壳时涂料塞实而影响铸件散热性能,冒口错位后如图 4-9a 所示,图 4-9b 为改进方案的三维几何模型。图 4-10a 为改进工艺的铸件网格模型,图 4-10b 和图 4-10c 为改进工艺的型壳网格模型,型壳厚度为 10mm,由型壳网格模型可以看出:将冒口偏移之后,阀盖件中部在制壳过程中不会塞实,有助于铸件的降温。整体单元总数为 63342,节点总数为 16536。改进方案的各项热物性参数以及其他设置参数均与初始方案相同。

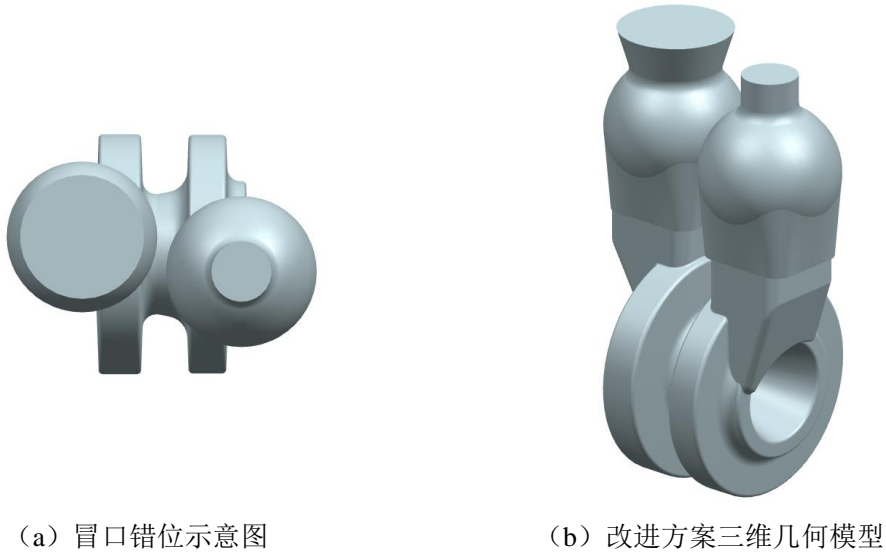


图 4-9 改进方案几何模型

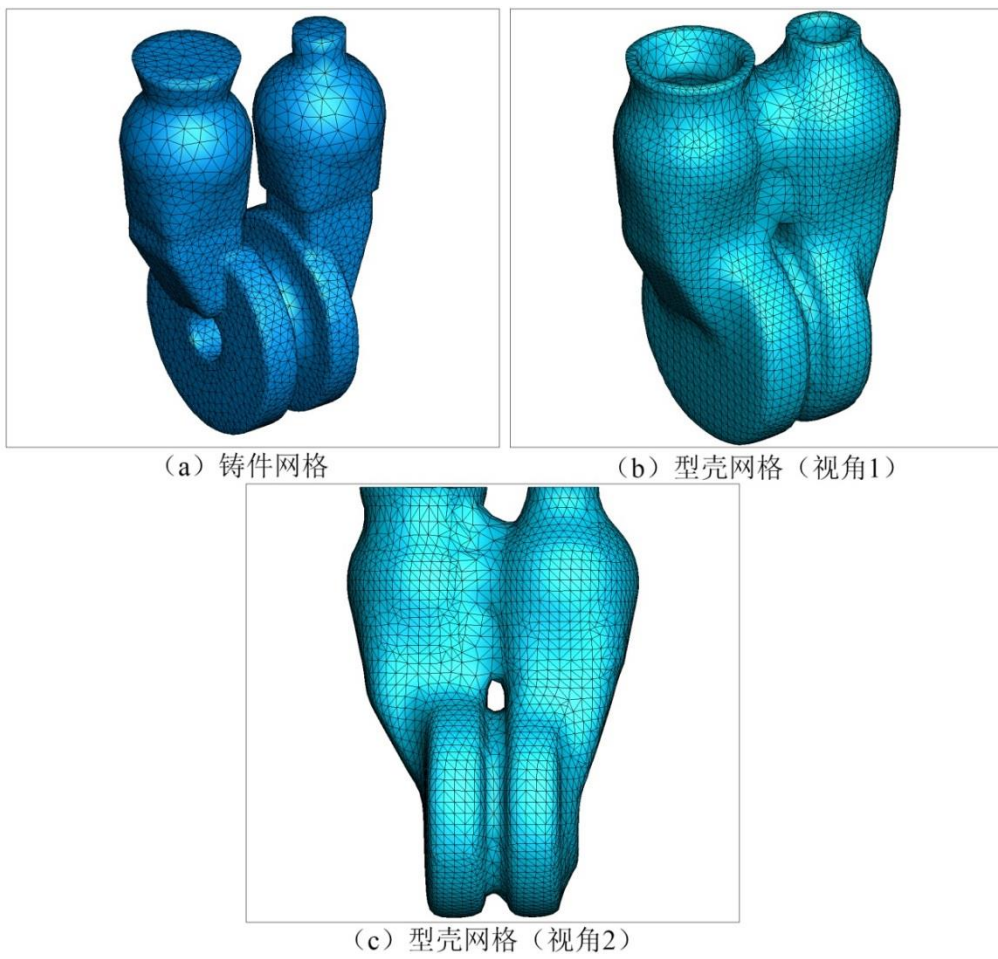


图 4-10 改进方案网格模型

## (2) 改进方案模拟结果及实验验证

在确定改进工艺方案之后，进行温度场数值模拟。图 4-11 为凝固过程中铸件 4 个时刻的温度场分布，对比图 4-11 与图 4-6 可知：改进方案中阀盖件中部的降温明显加快，有利于保证阀盖体形成顺序凝固。图 4-12 为铸件凝固后期的 4 个时刻的孤立液相区分布，从孤立液相区的模拟结果可以看出：由于阀盖体中部的散热条件得到了改善，使得阀盖体中部的降温加快，避免了在凝固后期阀盖体中部出现孤立液相区，冒口系统起到了补缩的作用，模拟结果与温度场结果是相一致的。

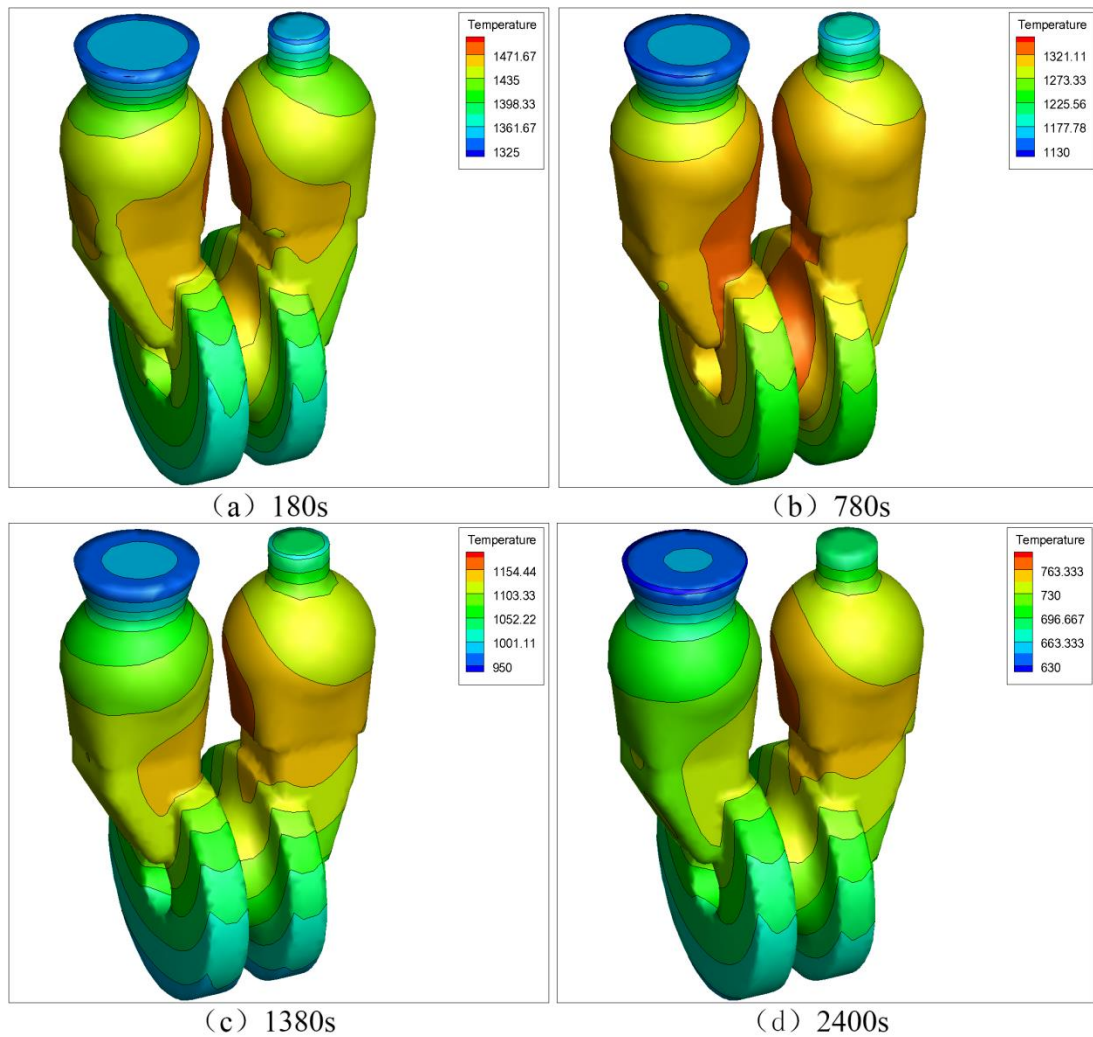


图 4-11 改进方案中铸件凝固过程中 4 个时刻的温度场



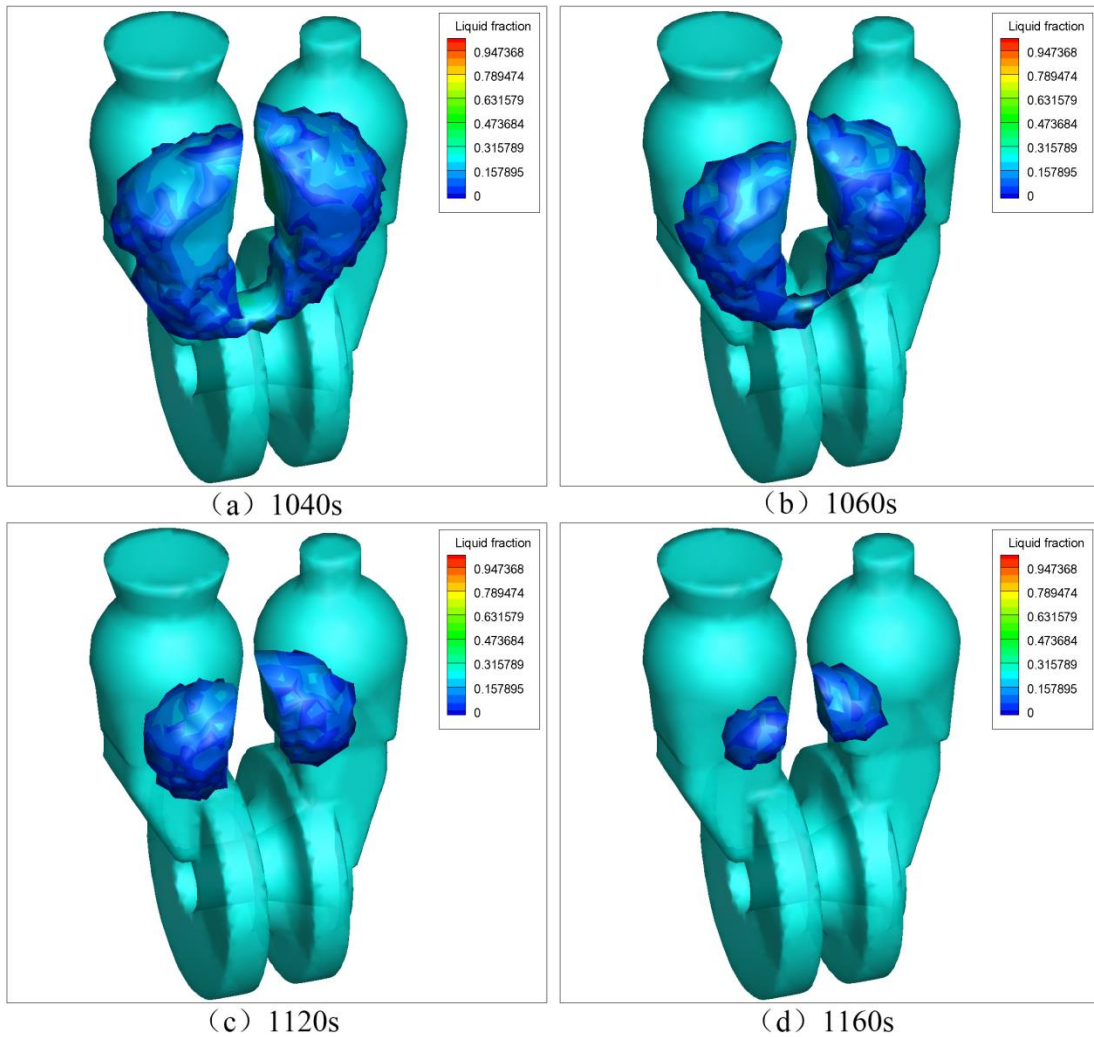


图 4-12 改进方案中铸件凝固后期的 4 个时刻的孤立液相区

图 4-13 为温度场模拟系统计算改进方案所得到的最终铸件的缩孔缩松分布，其中分别显示了孔隙率大于 0.02 和大于 0.05 的部分，由缩孔缩松缺陷预测结果来看，缩孔缩松缺陷集中在冒口区域，阀盖件部位几乎没有缩孔缩松缺陷。图 4-13c 为采用改进方案所生产的实际阀盖体铸件，可以看出由改进方案生产的阀盖体几乎没有缩孔缩松缺陷，实际生产结果与本文自主开发的有限元温度场数值模拟系统所计算的结果相吻合，因此，可以认为自主开发的有限元温度场数值模拟系统具有可行性。

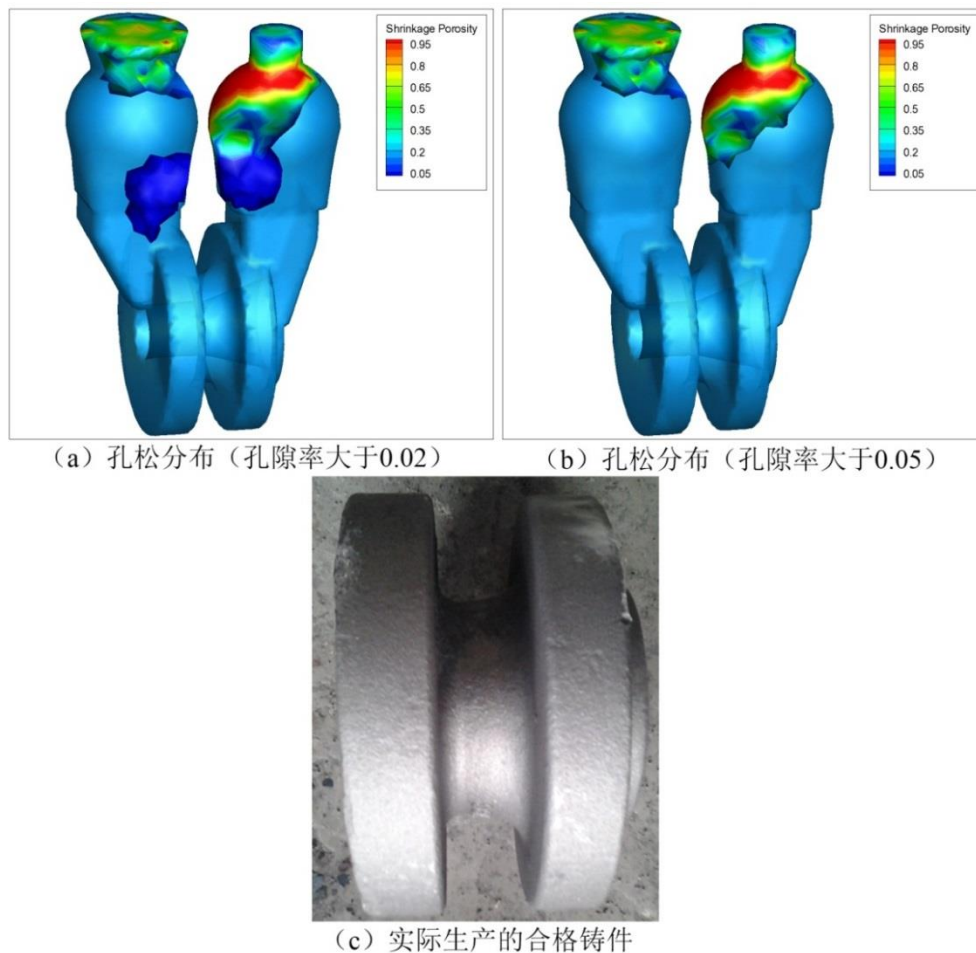


图 4-13 孔松缺陷预测和实际生产的合格铸件

#### 4.4 本章小结

(1) 分别采用温度场数值模拟系统和 ANSYS 计算典型工字件的空冷过程温度场，对比分析了两者的计算结果，所选取的特殊点温度的最大相对误差为 2.130%，验证了本温度场模拟系统中有限元算法的准确性。

(2) 采用温度场系统计算一组熔模铸造工艺温度场，其中初始方案中由于阀盖件中部散热条件差，模拟结果预测其中部会出现缩孔缩松缺陷，实际浇注铸件也得以验证。改进工艺之后，加快了阀盖件中部的降温速率，消除了阀盖件的孔松缺陷，实际也生产出合格的阀盖件，进而验证了温度场模拟系统的可行性。

(3) 通过以上两个算例，可以认为本文自主开发的有限元温度场数值模拟系统具有计算准确性以及可行性。

## 5 有限元定向凝固过程温度场模拟案例测算

### 5.1 引言

对于一般铸造工艺，其铸造缺陷主要包括：卷气、夹杂、浇不足、缩孔缩松、热裂等。但对于定向凝固工艺而言，由于其整个铸造过程（包括合金的熔炼过程）均在真空环境下进行，使得几乎不会出现卷气、夹杂等铸造缺陷；由于定向凝固工艺中会进行预热型壳处理，型壳预热温度基本上可以接近浇注温度，而且定向凝固过程为严格意义上的顺序凝固过程，使得定向凝固铸件几乎不会出现浇不足、缩孔缩松等铸造缺陷。从定向凝固工艺的目的出发，其为了得到沿着某个特定方向（一般为抽拉方向）生长的柱状晶甚至单晶，因此定向凝固过程中由于温度控制不适当所产生的杂晶（如等轴晶等）、偏晶（枝晶生长方向偏差）等现象成为了定向凝固生产铸件的铸造缺陷。因此，对于定向凝固工艺而言，其铸造缺陷主要包括：杂晶、偏晶、热裂等。

定向凝固过程中，产生杂晶缺陷的主要原因是加热和散热控制不适当，使得凝固过程中铸件某个部位较周围降温较快，从而在此部位均质形核，进而在此部位形成等轴晶，影响了整体枝晶的生长；产生偏晶缺陷的主要原因是加热和散热控制不适当，使得凝固过程中枝晶生长方向发生偏差，一般体现在液固界面呈现上凸或下凹趋势，影响铸件在受力方向的性能；产生热裂的主要原因是铸件在凝固过程中，铸件的收缩与型壳型芯的阻碍共同作用，所以针对热裂缺陷的分析是应力场模拟的工作。因此，本文有限元定向凝固过程温度场数值模拟系统的主要目的是分析定向凝固过程中的杂晶和偏晶缺陷。

本章以一个带冠涡轮叶片为模型，分别采用 HRS 和 LMC 工艺生产此叶片，为了获得单晶组织，采用螺旋选晶器获得单晶。HRS 和 LMC 定向凝固工艺中工艺参数较多，如浇注温度、抽拉速度、液态金属冷却液温度等，而本章主要目的是说明本文定向凝固温度场模拟系统的可行性，因此只对抽拉速度工艺参数进行分析。

## 5.2 HRS 和 LMC 定向凝固过程温度场模拟参数设置

### 5.2.1 HRS 和 LMC 工艺模型

#### (1) HRS 工艺模型

图 5-1 为带冠涡轮叶片的几何模型，其由四个部分组成：叶冠、上缘板、叶片和下缘板。在涡轮叶片的基础上添加浇注系统以及螺旋选晶器得到铸件几何模型，如图 5-2 所示。图 5-3 为由实验室自主开发的网格划分软件得到的铸件网格。

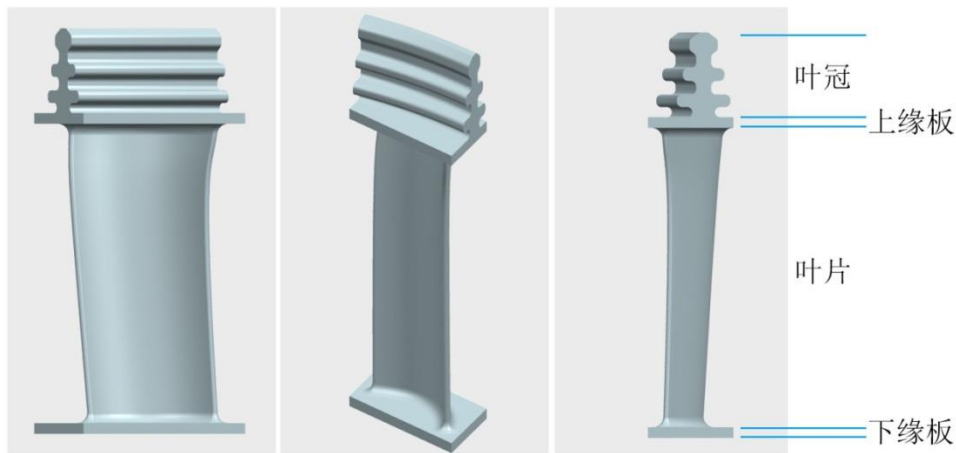


图 5-1 带冠涡轮叶片几何模型

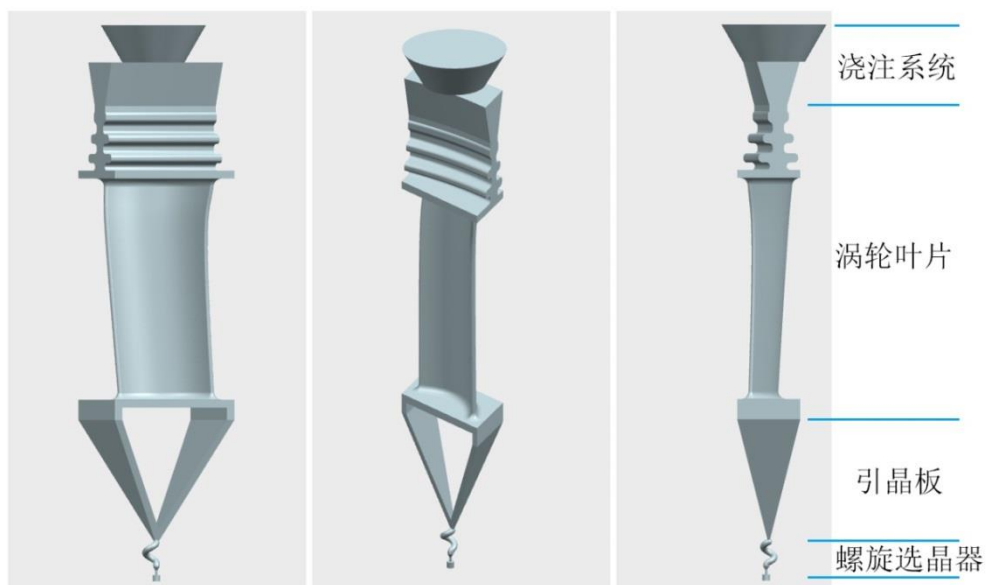


图 5-2 涡轮叶片铸件几何模型

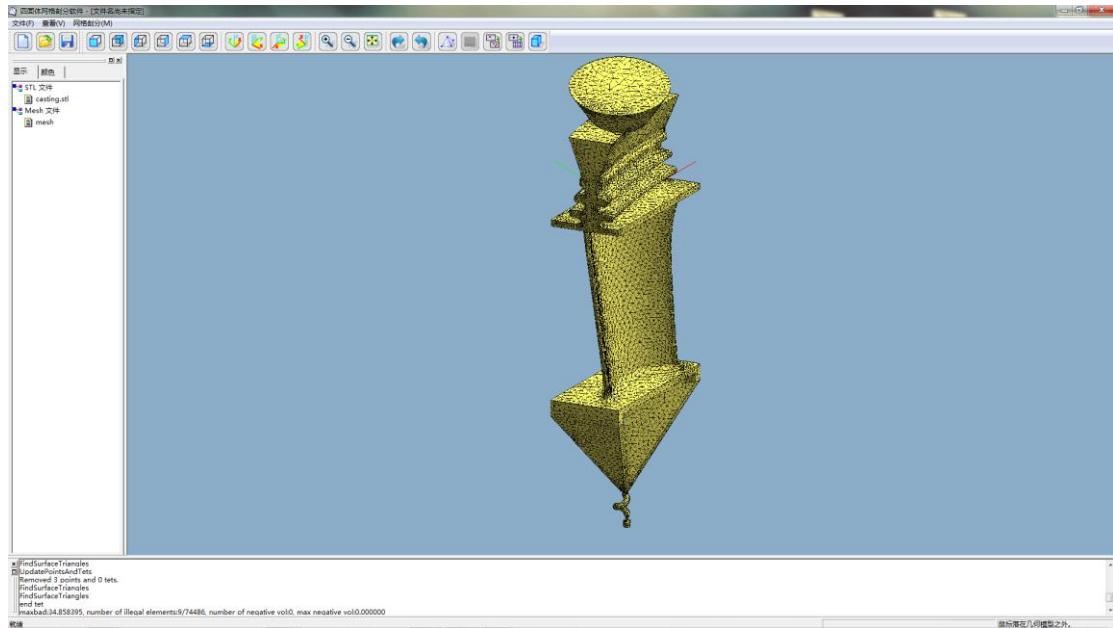


图 5-3 由实验室自主开发的有限元网格划分软件得到的铸件网格模型

HRS 工艺的整体几何模型和网格模型见图 5-4，包括：铸件、型壳、水冷结晶器、辐射挡板以及炉体（加热区和冷却区），其中型壳网格是在铸件网格的基础上随型生长得到，型壳厚度为 5mm，炉体划分面网格即可。整体网格模型的单元总数为 147061，节点总数为 43010，其中，铸件的单元数为 60989，节点数为 16934。

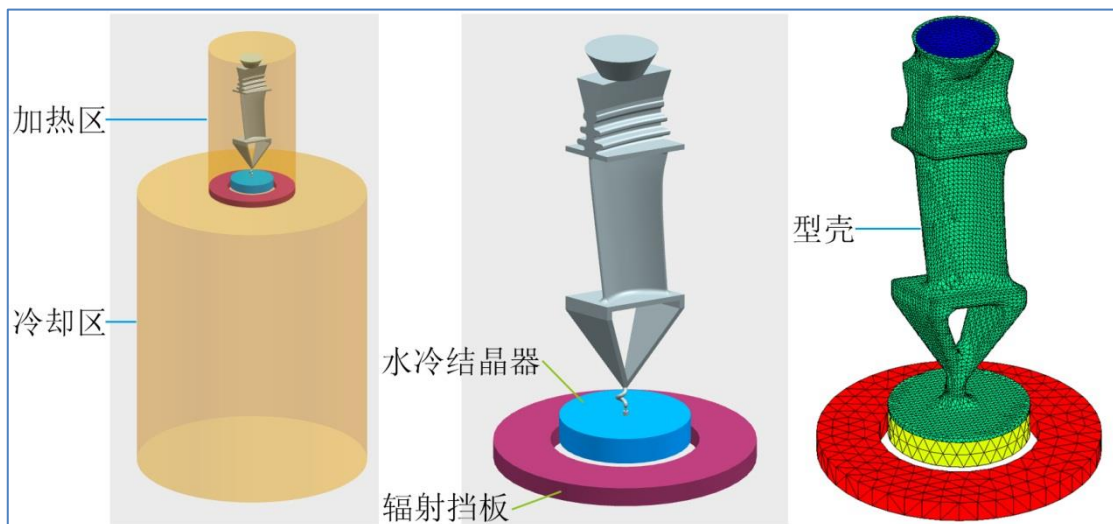


图 5-4 HRS 工艺整体几何模型和网格模型

**(2) LMC 工艺模型**

本文 LMC 工艺所分析的铸件模型与 HRS 工艺相同,因此涡轮叶片几何模型和网格模型见图 5-1 至图 5-3。LMC 工艺的整体几何模型和网格模型见图 5-5, 包括: 铸件、型壳、辐射挡板以及炉体 (加热区和冷却区), 其中型壳网格是在铸件网格的基础上随型生长得到, 型壳厚度为 5mm, 炉体划分面网格即可。液态金属冷却液液面距离加热区下端 30mm。整体网格模型的单元总数为 376608, 节点总数为 83743, 其中, 铸件的单元数为 129434, 节点数为 29102。

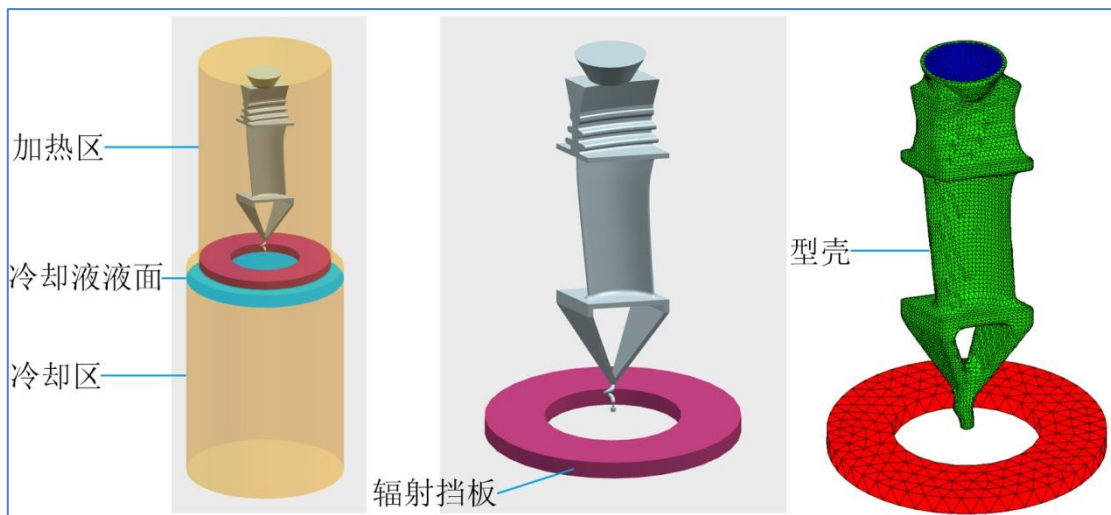


图 5-5 LMC 工艺整体几何模型和网格模型

**5.2.2 HRS 和 LMC 工艺模拟方案**

**(1) HRS 工艺模拟方案**

表 5-1 由 JMatPro 计算的 DD4 高温合金的热物性参数

温度 (°C)	密度 (kg/m <sup>3</sup> )	导热系数 (W/m/K)	比热容 (kJ/kg/K)
1395	7373	31.308	0.705
1385	7381	31.137	0.702
1380	7385	31.053	0.700
1360	7598	32.797	5.541



# 华中科技大学硕士学位论文

1310	7736	33.374	1.053
1285	7759	33.113	0.790
1185	7809	31.403	0.625
1000	7953	25.078	0.767
700	8105	20.181	0.547
100	8325	11.838	0.445

本文铸件材质采用 DD4 高温合金，其合金成分为：68.1%Ni--9.0%Cr--7.5%Co--6.0%W--1.5%Mo --3.7%Al --4.2%Ti。根据 DD4 的合金成分，采用材料性能模拟软件 JMatPro 计算得到 DD4 高温合金的热物性参数，如表 5-1 所示。合金的潜热为 234J/g，液相线温度为 1380℃，固相线温度为 1280℃。型壳、辐射挡板和水冷结晶器采用恒定热物性参数，见表 5-2。铸件与型壳间的对流换热系数为 1000W/m<sup>2</sup>/K，铸件与水冷结晶器间的对流换热系数为 1000W/m<sup>2</sup>/K，型壳与水冷结晶器间的对流换热系数为 500W/m<sup>2</sup>/K，炉体加热区的壁温为 1560℃，炉体冷却区的壁温为 30℃，炉体辐射发射率为 0.7，铸件、型壳以及辐射挡板的辐射发射率为 0.8。水冷结晶器下端通有 30℃ 的冷却水，对流换热系数为 4000 W/m<sup>2</sup>/K。表 5-3 为设置的 3 个模拟方案，设置不同的抽拉速度。

表 5-2 型壳、辐射挡板和水冷结晶器的热物性参数

材质	密度 (kg/m <sup>3</sup> )	导热系数 (W/m/K)	比热容 (kJ/kg/K)
型壳	2500	2.1	1.18
辐射挡板	1600	16.2	1.54
水冷结晶器	8000	25.0	0.45

表 5-3 3 个 HRS 工艺模拟方案

方案	方案 1	方案 2	方案 3
浇注温度 (℃)		1560	
抽拉速度 (mm/min)	2	4	8

## (2) LMC 工艺模拟方案

表 5-4 3 个 LMC 工艺模拟方案

方案	方案 1	方案 2	方案 3
浇注温度 (°C)		1560	
抽拉速度 (mm/min)	2	5	9

铸件、型壳和辐射挡板的热物性参数均与 HRS 工艺中相同。铸件与型壳间的换热系数为  $1000\text{W/m}^2/\text{K}$ ，炉体加热区的壁温为  $1560^\circ\text{C}$ ，炉体冷却区的壁温为  $270^\circ\text{C}$ ，炉体辐射发射率为 0.7，铸件、型壳以及辐射挡板的辐射发射率为 0.8。金属冷却液选取 Sn 液，Sn 液温度为  $270^\circ\text{C}$ 。表 5-4 为设置的 3 个模拟方案，设置不同的抽拉速度。

## 5.3 HRS 和 LMC 定向凝固过程温度场模拟结果分析

### 5.3.1 HRS 过程温度场模拟结果分析

实际 HRS 工艺中，在浇注金属液之前，需要对各部件进行预热处理，本文定向凝固温度场数值模拟系统能进行预热温度场的模拟，能够采用设置预热时间或者自动计算预热温度场达到稳定所需时间两种方式进行计算，图 5-6 为达到稳定的 HRS 工艺预热温度场。从预热温度场结果可知，由于水冷结晶器下端一直通有冷却水以及冷却区的辐射换热作用，使得预热温度场从下至上形成梯度分布，有利于单晶的形成和定向凝固的实现。



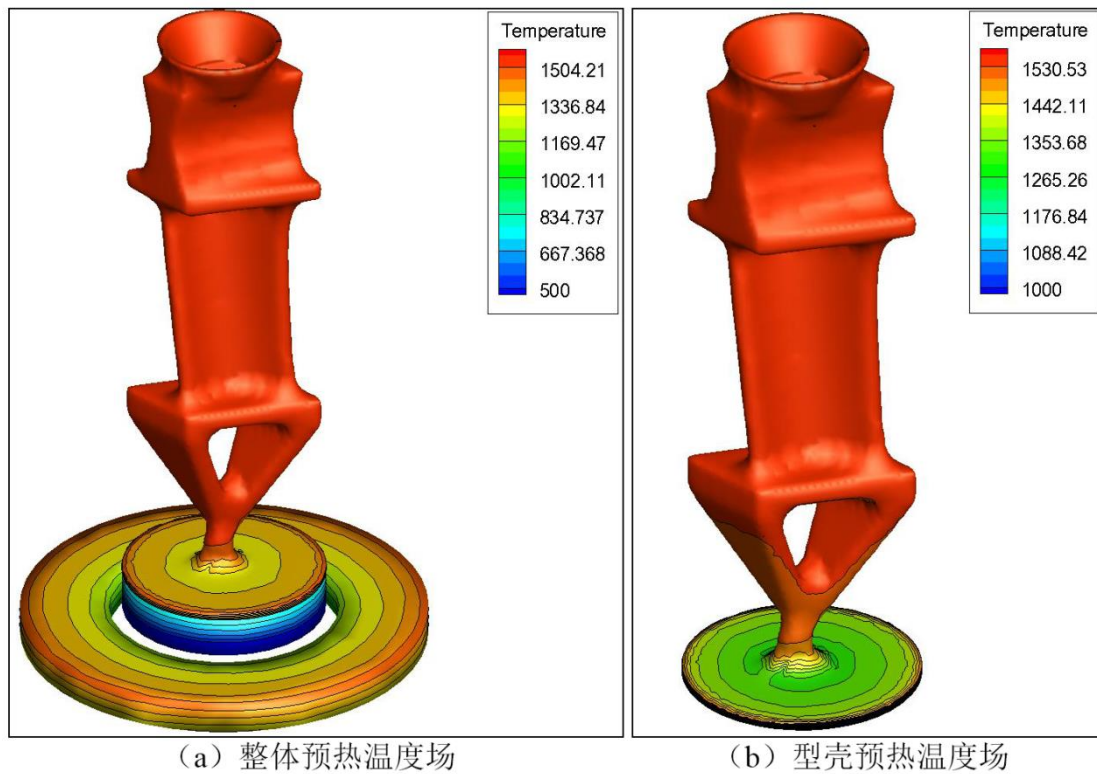


图 5-6 HRS 工艺预热温度场

图 5-7、图 5-9 及图 5-11 分别为方案 1、方案 2 及方案 3 中 6 个时刻的铸件温度场分布，图 5-8、图 5-10 及图 5-12 分别为方案 1、方案 2 及方案 3 中 6 个时刻的铸件液固相区分布。图 5-13 为 3 个方案中铸件各部位凝固时间对比，图 5-14 为 3 个方案中铸件各部位温度梯度对比，图 5-15 为 3 个方案中铸件各部位 G/L 判据对比。

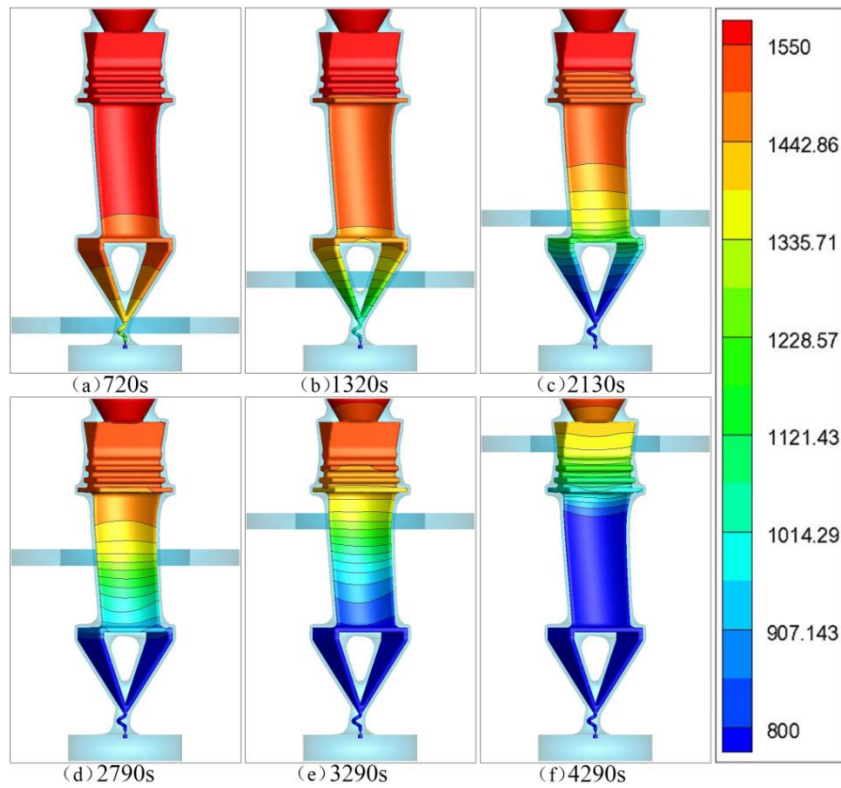


图 5-7 方案 1 中 6 个时刻的铸件温度场分布 (单位:  $^{\circ}\text{C}$ )

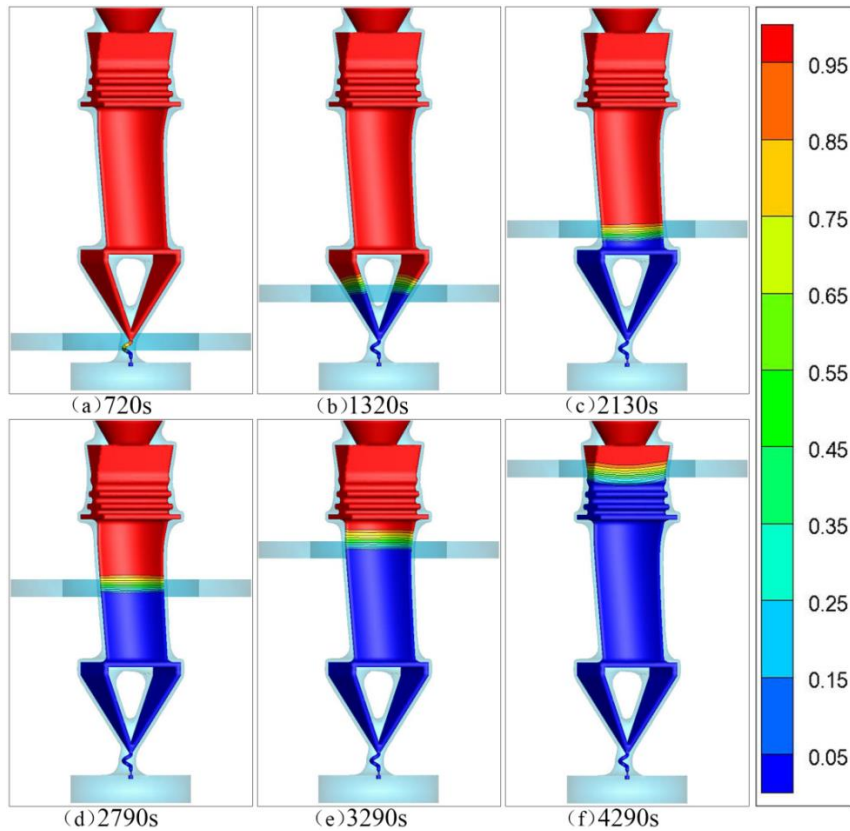


图 5-8 方案 1 中 6 个时刻的铸件液固相区分布

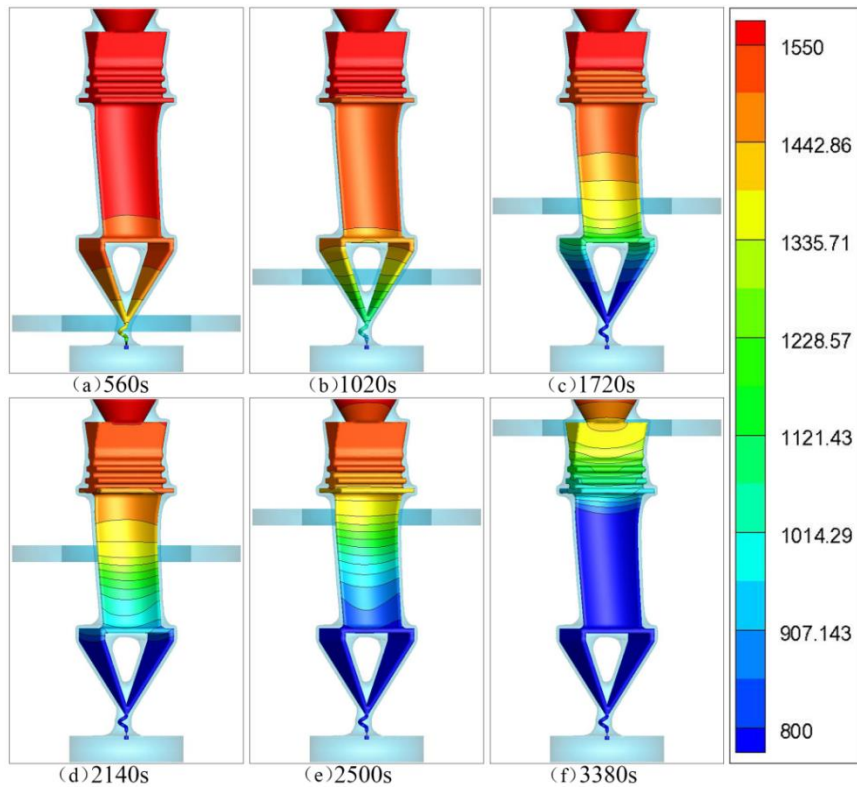


图 5-9 方案 2 中 6 个时刻的铸件温度场分布 (单位:  $^{\circ}\text{C}$ )

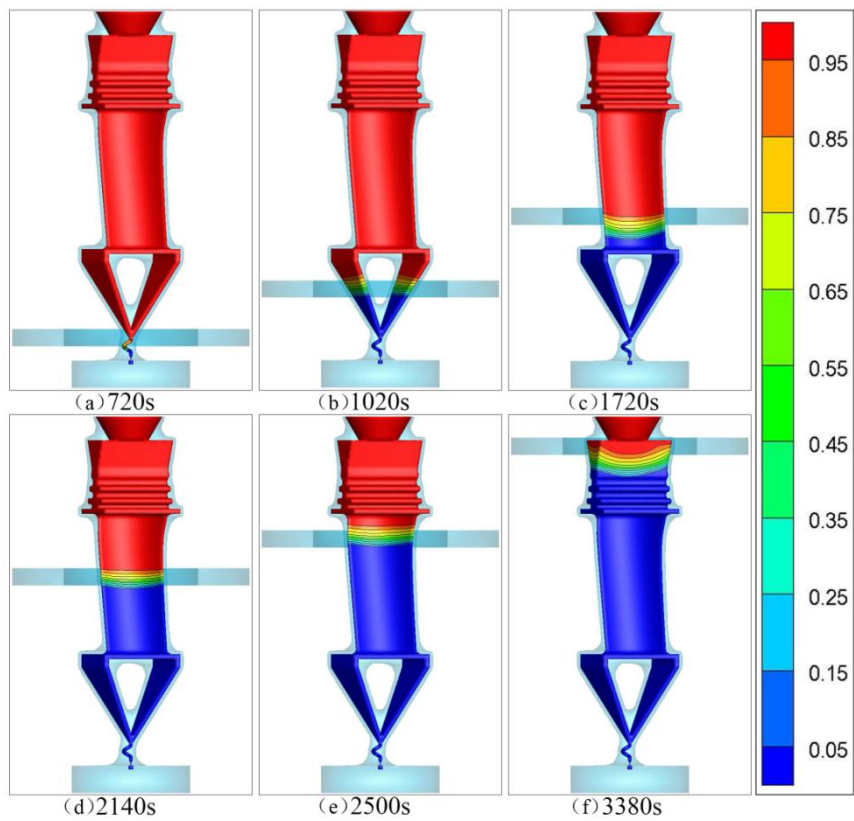


图 5-10 方案 2 中 6 个时刻的铸件液固相区分布

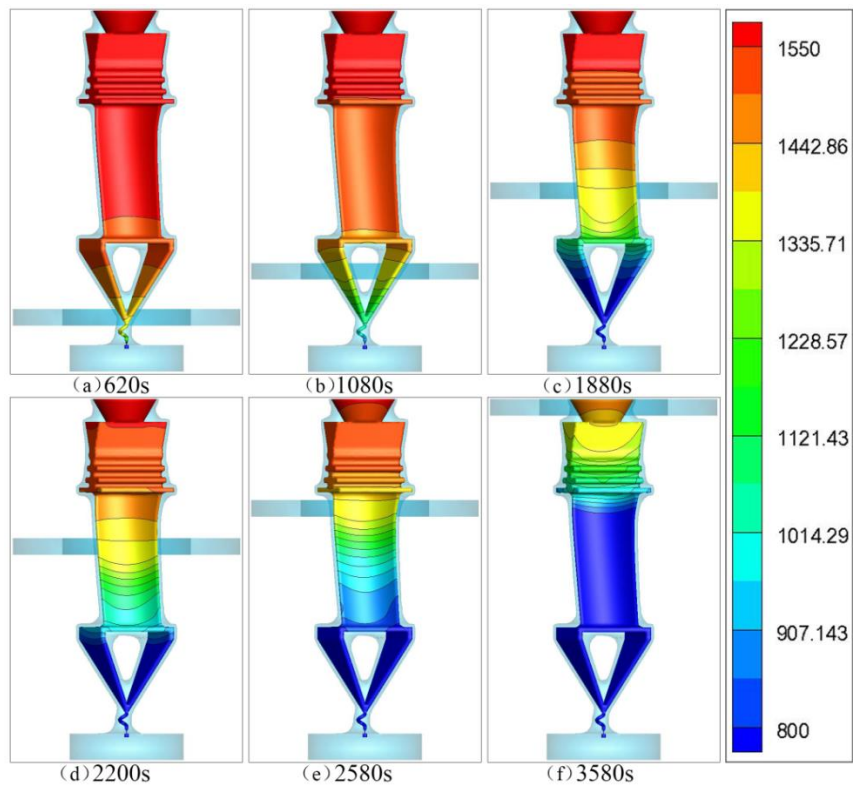


图 5-11 方案 3 中 6 个时刻的铸件温度场分布 (单位:  $^{\circ}\text{C}$ )

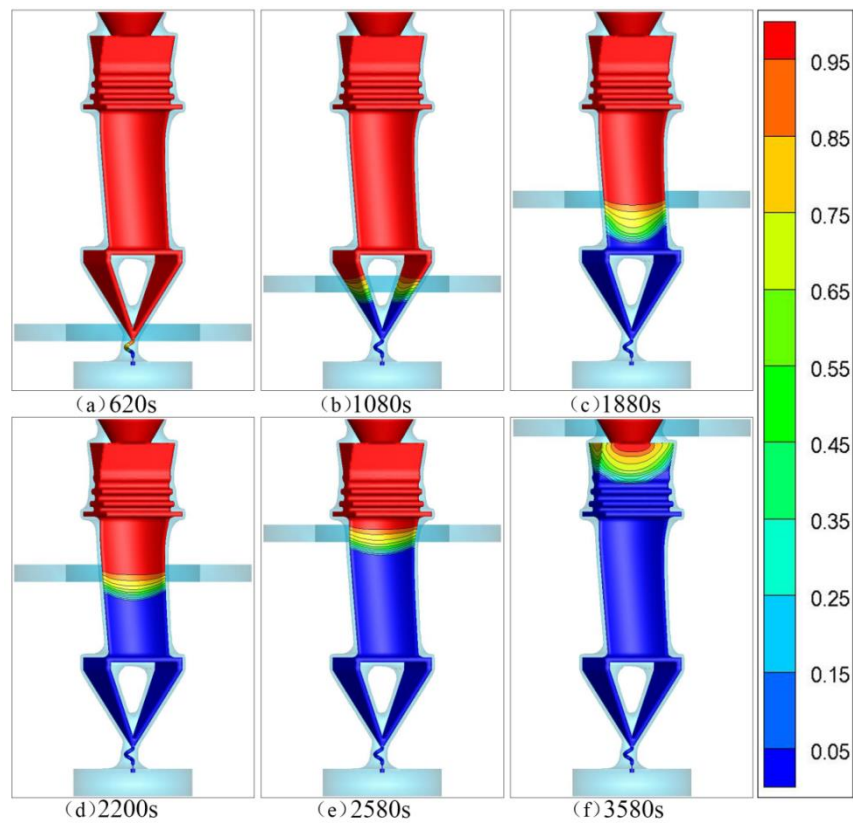


图 5-12 方案 3 中 6 个时刻的铸件液固相区分布



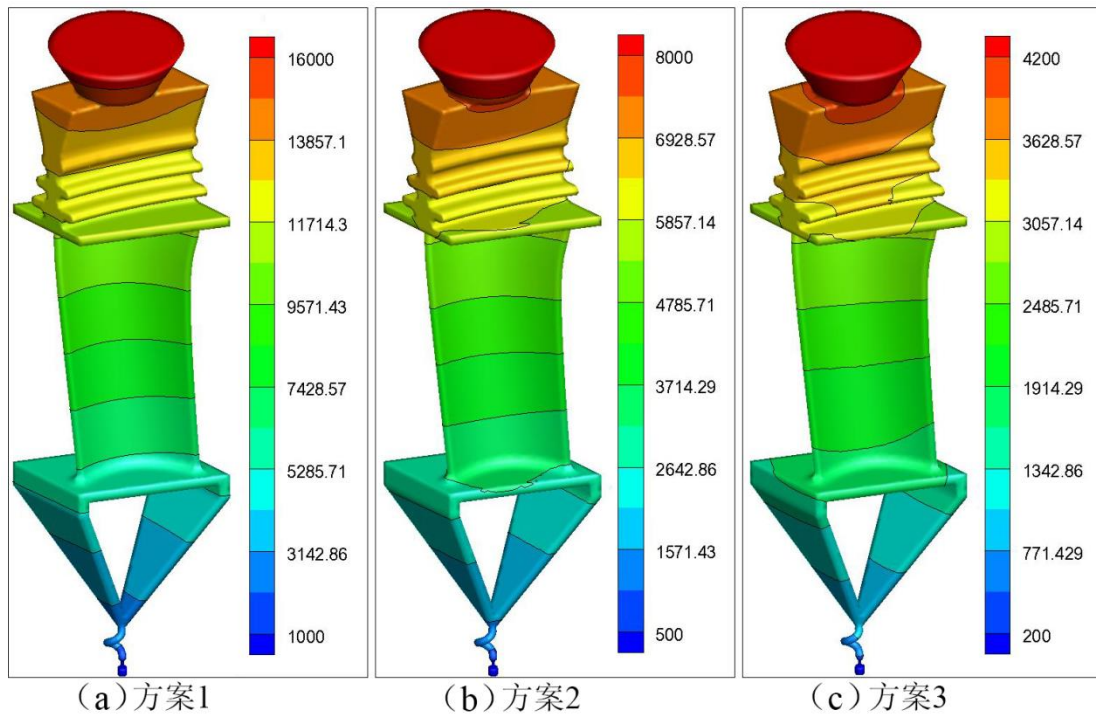


图 5-13 3 个方案中铸件各部位凝固时间 (单位: s)

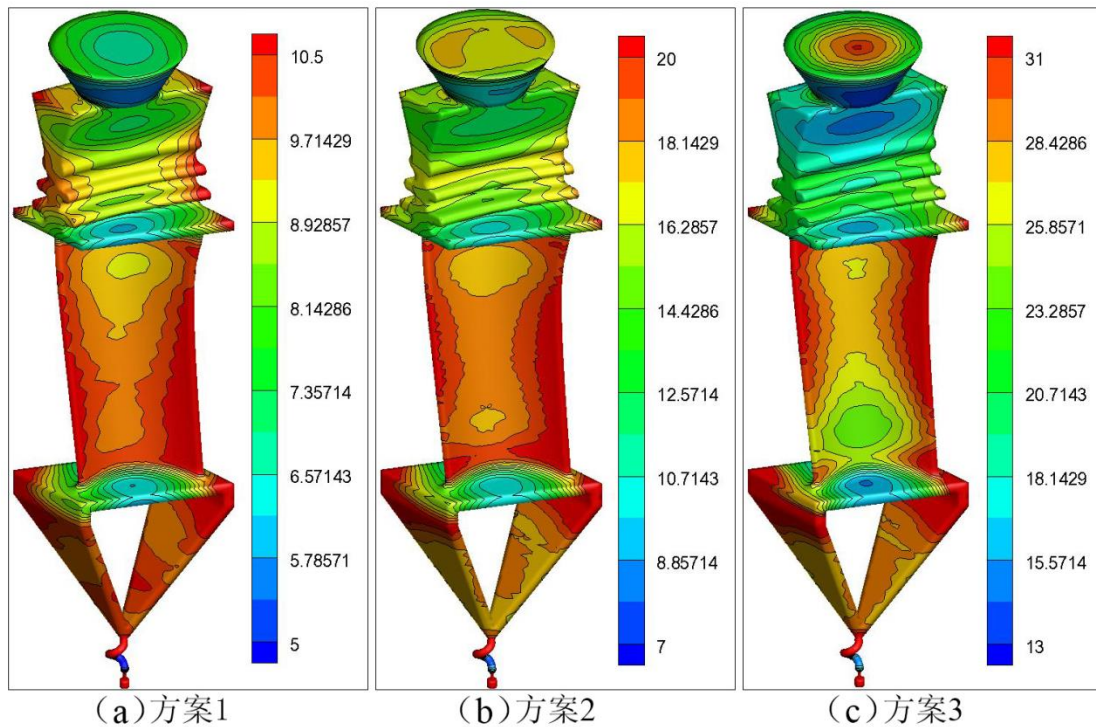


图 5-14 3 个方案中铸件各部位温度梯度 (单位:  $^{\circ}\text{C}/\text{cm}$ )

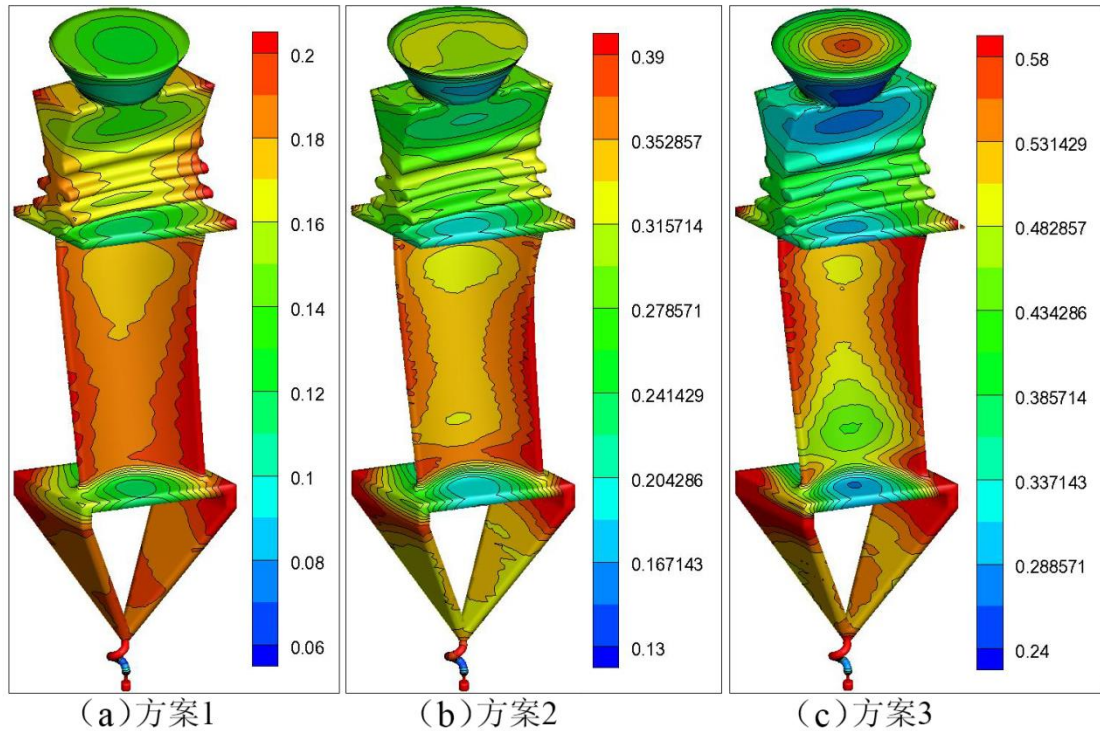


图 5-15 3 个方案中铸件各部位 G/L 判据 (单位:  $\text{h}^\circ\text{C}/\text{cm}^2$ )

对 3 个 HRS 工艺方案的模拟结果进行分析, 由图 5-7、图 5-9 及图 5-11 可知, 随着型壳逐渐抽拉出加热区, 型壳与冷却区的辐射换热加剧, 使得铸件温度场形成梯度分布; 由图 5-8、图 5-10 及图 5-12 可知, 方案 1 和方案 2 中液固界面基本上保持水平分布, 而方案 3 中由于抽拉速度过大, 叶片两侧降温明显快于叶片中部, 使得液固界面呈下凹分布, 易产生偏晶缺陷; 由图 5-13 可知, 铸件各部位凝固所需时间呈现梯度分布, 随着抽拉速度加大, 凝固所需时间铸件减少; 由图 5-14 可知, 叶片两侧的温度梯度较大, 上下缘板前后两侧的温度梯度较小, 随着抽拉速度的加大, 整体温度梯度逐渐加大; 由图 5-15 可知, 相比于叶片其它部位, 叶片中下部以及上下缘板前后两侧的 G/L 判据值较小, 易产生杂晶缺陷, 随着抽拉速度的加大, 整体 G/L 判据值逐渐加大。

通过以上分析可知, 当抽拉速度过大时, 由于叶片两侧降温明显快于叶片中部, 使得铸件凝固过程中液固界面呈下凹分布, 易产生偏晶缺陷; 当抽拉速度过小时, 整体 G/L 判据值偏小, 其中叶片中下部以及上下缘板前后两侧易产生杂晶缺陷。因

此，对于本文 3 个 HRS 工艺方案而言，方案 2 抽拉速度适中，最优工艺方案为方案 2。

## 5.3.2 LMC 过程温度场模拟结果分析

图 5-16 为达到稳定的 LMC 工艺预热温度场。从预热温度场结果可知，由于冷却区的辐射换热作用，使得预热温度场从下至上形成梯度分布，利于单晶的形成和定向凝固的实现。

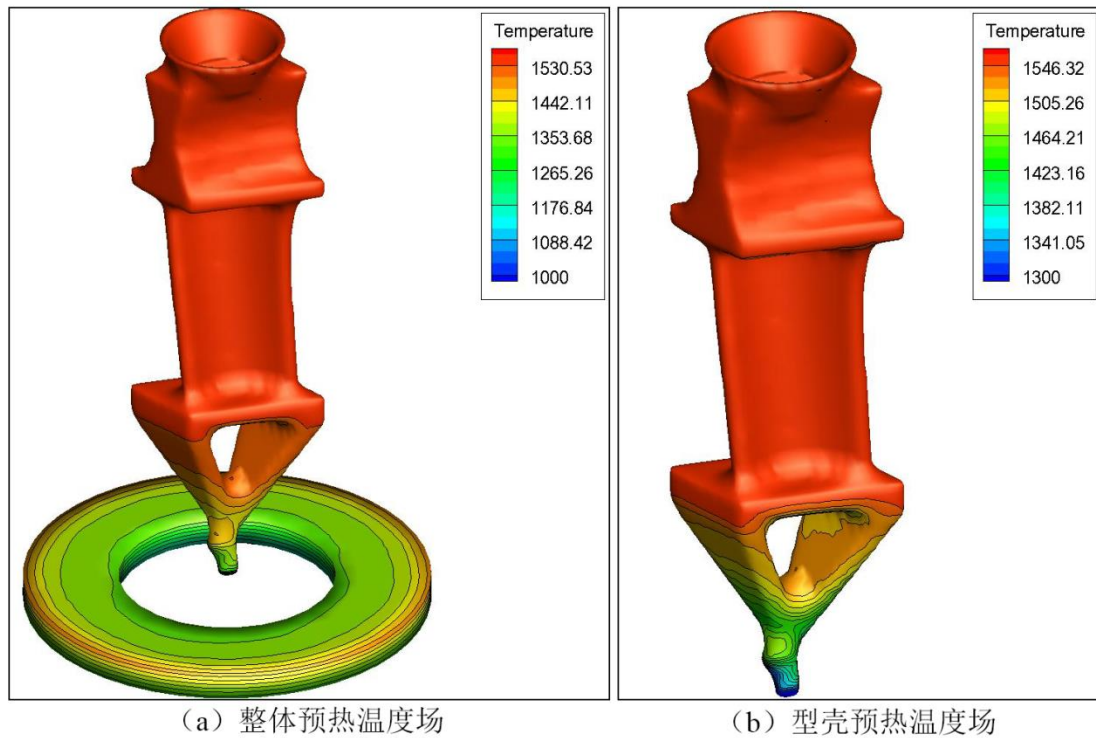


图 5-16 LMC 工艺预热温度场

图 5-17、图 5-19 及图 5-21 分别为方案 1、方案 2 及方案 3 中 6 个时刻的铸件温度场分布，图 5-18、图 5-20 及图 5-22 分别为方案 1、方案 2 及方案 3 中 6 个时刻的铸件液固相区分布。图 5-23 为 3 个方案中铸件各部位凝固时间对比，图 5-24 为 3 个方案中铸件各部位温度梯度对比，图 5-25 为 3 个方案中铸件各部位 G/L 判据对比。

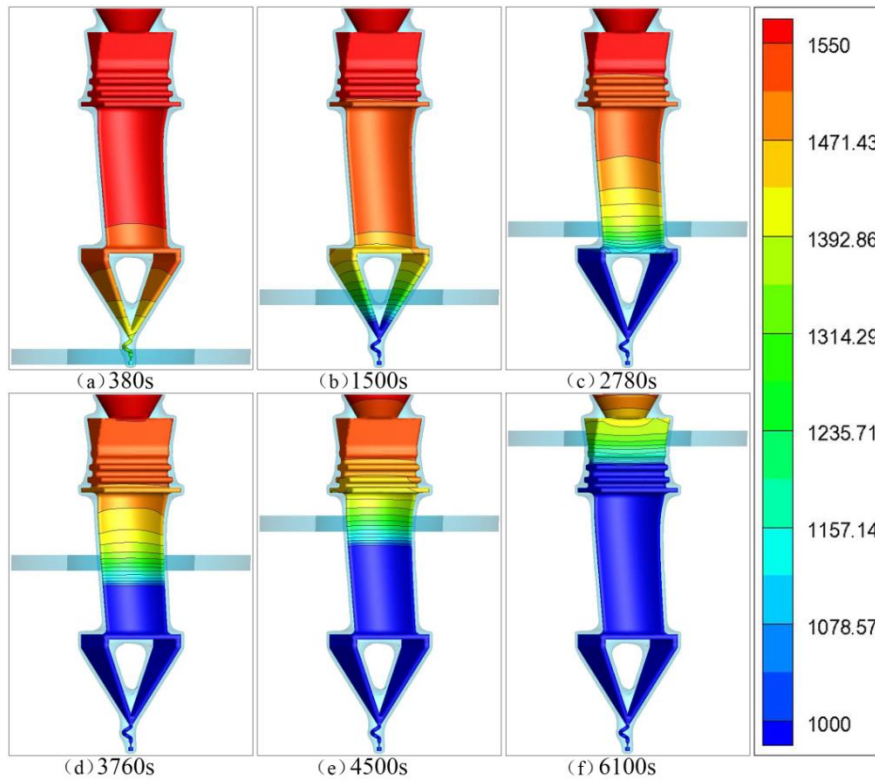


图 5-17 方案 1 中 6 个时刻的铸件温度场分布 (单位:  $^{\circ}\text{C}$ )

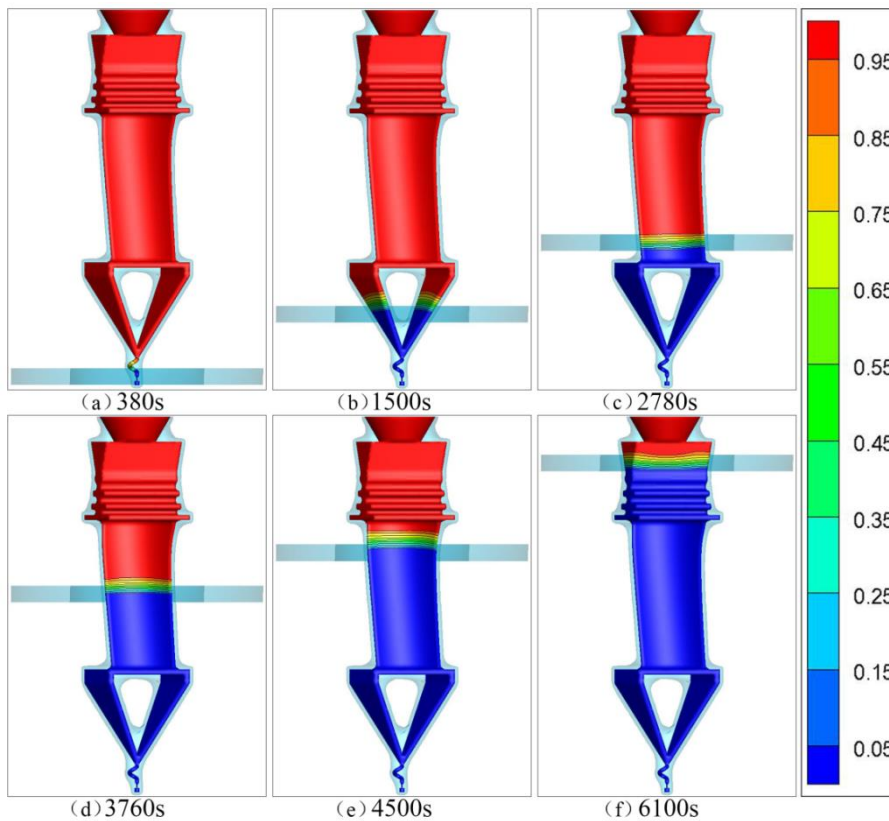


图 5-18 方案 1 中 6 个时刻的铸件液固相区分布



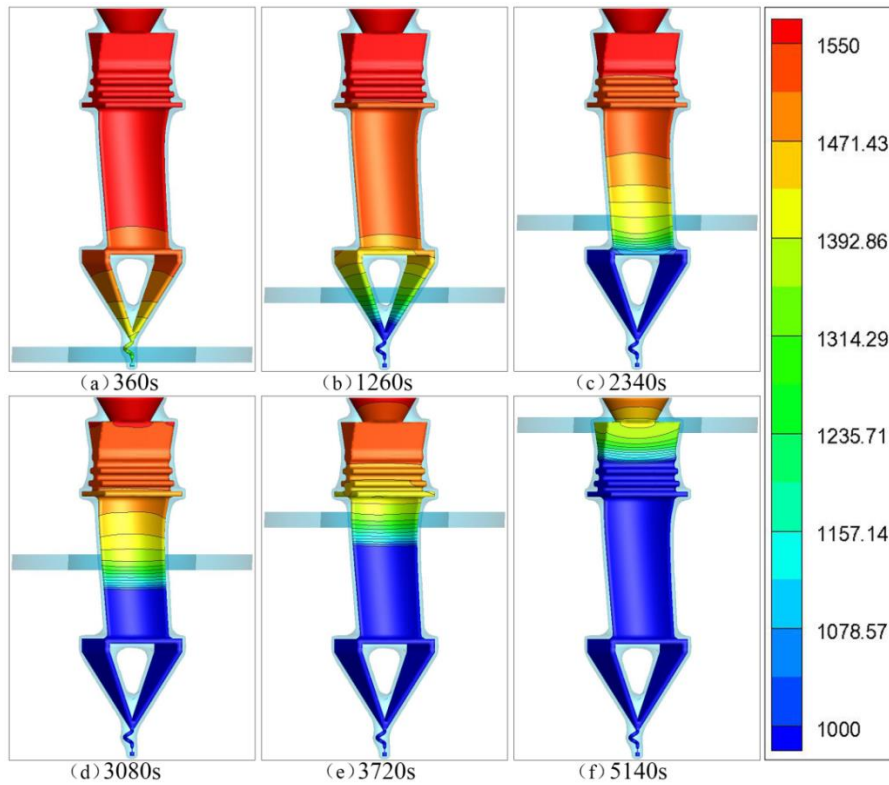


图 5-19 方案 2 中 6 个时刻的铸件温度场分布 (单位:  $^{\circ}\text{C}$ )

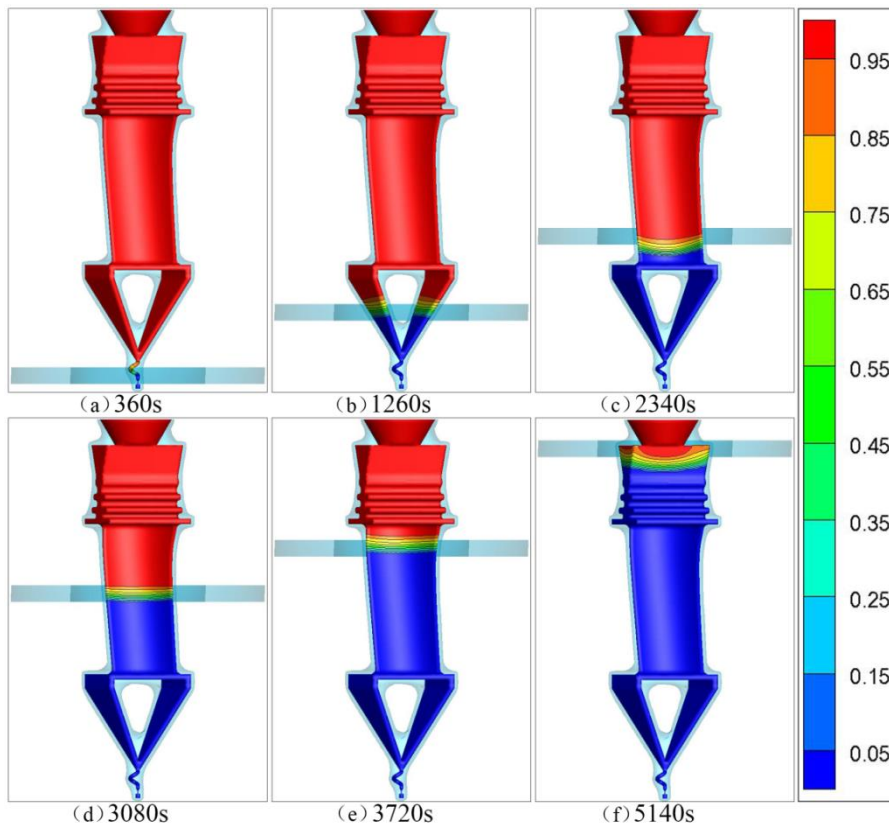


图 5-20 方案 2 中 6 个时刻的铸件液固相区分布

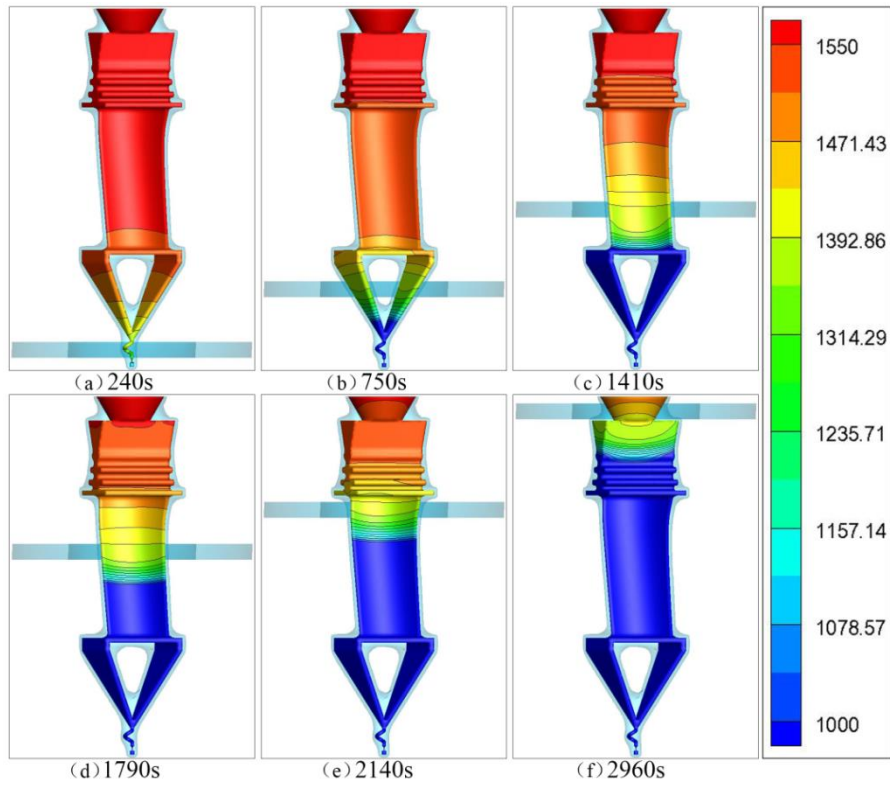


图 5-21 方案 3 中 6 个时刻的铸件温度场分布 (单位:  $^{\circ}\text{C}$ )

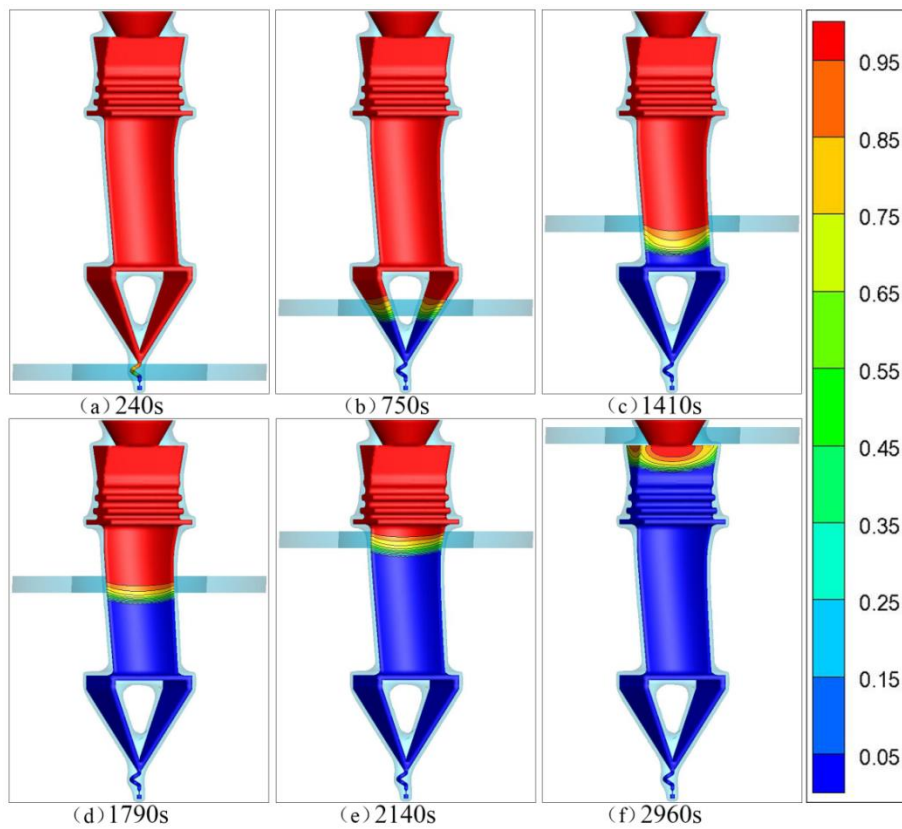


图 5-22 方案 3 中 6 个时刻的铸件液固相区分布

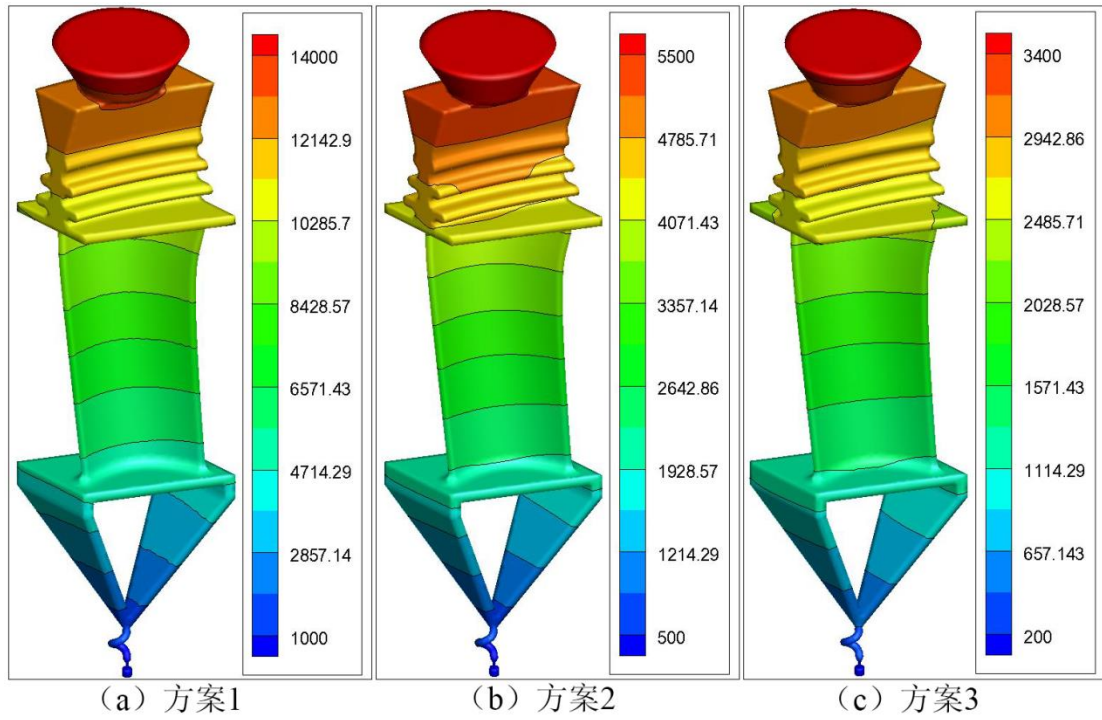


图 5-23 3 个方案中铸件各部位凝固时间 (单位: s)

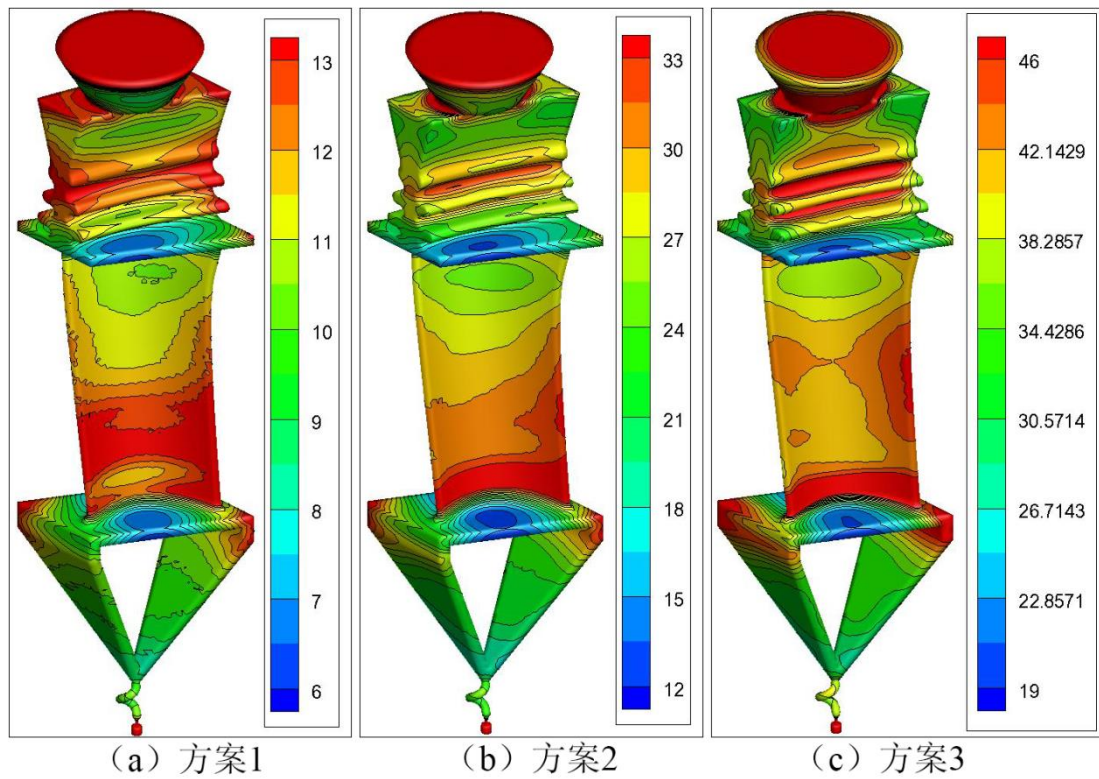


图 5-24 3 个方案中铸件各部位温度梯度 (单位:  $^{\circ}\text{C}/\text{cm}$ )

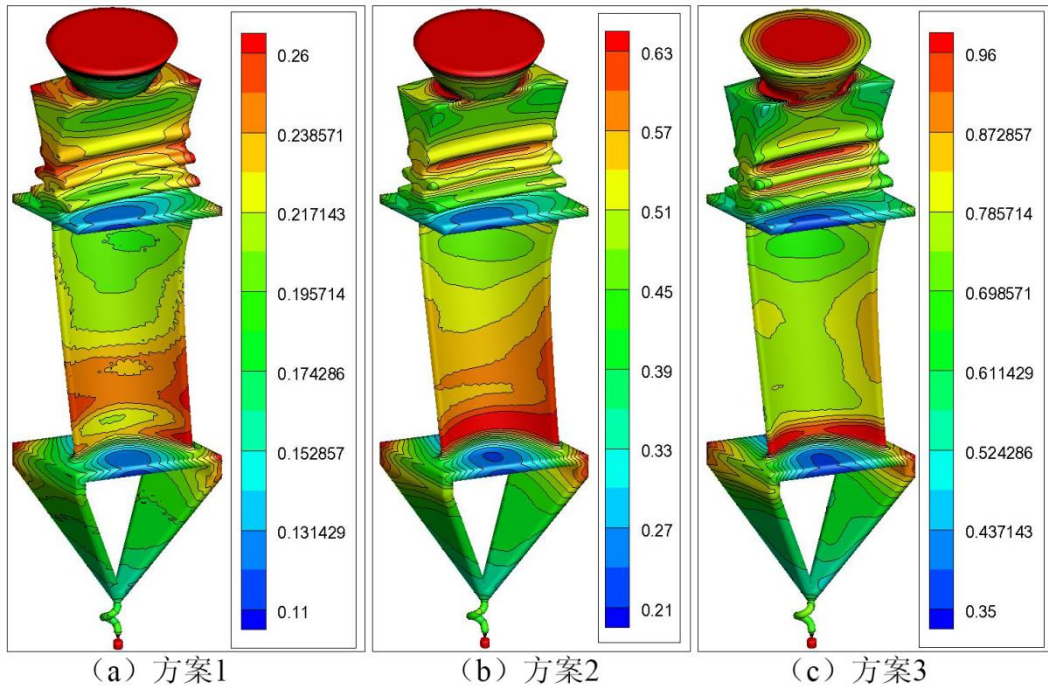


图 5-25 3 个方案中铸件各部位 G/L 判据 (单位:  $\text{h}/^{\circ}\text{C}/\text{cm}^2$ )

对 3 个 LMC 工艺方案的模拟结果进行分析, 由图 5-17、图 5-19 及图 5-21 可知, 随着型壳逐渐浸入液态金属冷却液, 型壳与冷却液的对流换热区域逐渐增加, 使得铸件温度场形成梯度分布, 且 LMC 工艺中的降温明显快于 HRS 工艺; 由图 5-18、图 5-20 及图 5-22 可知, 方案 1 和方案 2 中液固界面基本上保持水平分布, 而方案 3 中由于抽拉速度过大, 叶片两侧降温明显快于叶片中部, 使得液固界面呈下凹分布, 易产生偏晶缺陷, 相比于 HRS 工艺, LMC 工艺中糊状区宽度较小; 由图 5-23 可知, 铸件各部位凝固所需时间呈现梯度分布, 随着抽拉速度加大, 凝固所需时间铸件减少, 相比于 HRS 工艺, LMC 工艺中铸件凝固时间较少; 由图 5-24 可知, 叶片中下部的温度梯度较大, 上下缘板前后两侧的温度梯度较小, 随着抽拉速度的加大, 整体温度梯度逐渐加大, 相比于 HRS 工艺, LMC 工艺中铸件温度梯度较大; 由图 5-25 可知, 相比于叶片其它部位, 上下缘板前后两侧的 G/L 判据值较小, 易产生杂晶缺陷, 随着抽拉速度的加大, 整体 G/L 判据值逐渐加大, 相比于 HRS 工艺, LMC 工艺中铸件 G/L 判据值较大。

通过以上分析可知, 当抽拉速度过大时, 由于叶片两侧降温明显快于叶片中部,



使得铸件凝固过程中液固界面呈下凹分布，易产生偏晶缺陷；当抽拉速度过小时，整体 G/L 判据偏小，其中上下缘板前后两侧易产生杂晶缺陷。因此，对于本文 3 个 LMC 工艺方案而言，最优工艺方案为方案 2。

### 5.4 本章小结

(1) 为了验证本文有限元定向凝固温度场数值模拟系统的可行性，对带冠涡轮叶片模型分别进行 HRS 工艺模拟和 LMC 工艺模拟，并通过设置不同的抽拉速度工艺参数进行多方案分析。

(2) 由 HRS 工艺模拟结果得出，当抽拉速度过大时，由于叶片两侧降温明显快于叶片中部，使得铸件凝固过程中液固界面呈下凹分布，易产生偏晶缺陷；当抽拉速度过小时，整体 G/L 判据值偏小，其中叶片中下部以及上下缘板前后两侧易产生杂晶缺陷。

(3) 由 LMC 工艺模拟结果得出，当抽拉速度过大时，由于叶片两侧降温明显快于叶片中部，使得铸件凝固过程中液固界面呈下凹分布，易产生偏晶缺陷；当抽拉速度过小时，整体 G/L 判据值偏小，其中上下缘板前后两侧易产生杂晶缺陷。对比 LMC 工艺模拟结果与 HRS 工艺模拟结果，LMC 工艺中整体 G/L 判据值较大，有利于避免等轴晶缺陷的出现。

## 6 结论和展望

### 6.1 全文结论

本文对采用有限元研究定向凝固温度场数值模拟所涉及的各方面进行了深入研究，包括定向凝固温度场数学建模、有限元数值求解、冷却液换热处理和定向凝固温度场分析判据等。同时，本文提出的智能化边界处理方法能准确地处理换热边界条件，简化了用户在数值模拟过程中的操作，让有限元定向凝固温度场数值模拟系统更易于使用。本文主要的工作和结论如下：

(1) 针对定向凝固数值模拟中需要重点考虑辐射换热的特点，采用射线追踪法处理定向凝固过程中的辐射换热，通过适当的处理得到辐射换热边界条件的控制方程。经过对铸造过程进行一系列相对合理的假设和简化，建立了定向凝固过程的温度场模型，根据有限元数值计算理论，结合定向凝固过程的控制方程和边界条件，详细地推导出定向凝固过程温度场数值模拟的有限元离散过程以及求解方法。

(2) 针对铸造过程的特点，采用等效比热法和温度校正方法共同处理铸件潜热，保证在满足能量守恒的基础上合理地处理潜热。针对铸造工艺的特点，采用智能化查找材质内外表面的算法，自动区分各材质的内外表面，避免用户手动选择的繁琐操作。在查找出各材质内外表面之后，采用盒子树法处理各个接触表面边界条件，能够在不过多要求网格质量的基础上，较为合理地处理各材质接触表面对流换热边界条件。同时，为了保证有限元模拟程序的计算效率，提出局部矩阵的概念，在有限元处理过程中分开组装各个材质的计算矩阵，开发了有限元一般铸造过程温度场数值模拟系统。

(3) LMC 工艺中型壳在抽拉过程中会逐渐浸入液态金属冷却液，为了避免直接对此换热过程求解所带来的网格重新划分难题，采用随温度和时间变化的等效换热系数来处理型壳与冷却液的换热。实际定向凝固生产中需要避免等轴晶的产生，为了对 HRS 和 LMC 定向凝固模拟所得到的温度场进行分析，采用  $G/L$  判据来预测铸

件可能出现等轴晶的部位，开发了有限元定向凝固过程温度场数值模拟系统。

(4) 分别采用温度场数值模拟系统和 ANSYS 计算典型工字件的空冷过程温度场，对比发现两者的计算结果相近，验证了本文温度场模拟系统中有限元算法的准确性。采用温度场系统计算一组熔模铸造工艺温度场，其中初始方案中由于阀盖件中部散热条件差，模拟结果预测其中部会出现缩孔缩松缺陷，实际浇注铸件也得以验证。改进工艺之后，加快了阀盖件中部的降温速率，消除了阀盖件的孔松缺陷，实际也生产出合格的阀盖件，验证了本文温度场模拟系统的可行性。采用定向凝固温度场数值模拟系统对带冠涡轮叶片模型分别进行 HRS 工艺模拟和 LMC 工艺模拟，并通过设置不同的抽拉速度工艺参数进行多方案分析，模拟结果与分析结果吻合，证明了本文的有限元定向凝固温度场数值模拟系统的可靠性，能够为实际定向凝固生产提供科学指导。

## 6.2 研究展望

(1) 减少简化和假设，考虑实际凝固过程中材质间复杂的接触现象，建立更为符合实际的定向凝固过程温度场模型和边界换热模型，使得数值模拟与实际过程在数值上更加接近，具有更高的精度。进一步提高数值模拟系统的智能化程度，使得操作人员在其他方面也能避免繁琐操作，如物性参数的设置等。

(2) 针对定向凝固铸件的偏晶与杂晶缺陷，建立无量纲、与材质无关的更为合理的偏晶与杂晶判据，能够定量地描述铸件发生偏晶与杂晶缺陷的部位。

(3) 将本文有限元定向凝固温度场数值模拟系统与作者所在实验室自主开发的有限元铸造过程应力场数值模拟系统结合起来，建立有限元定向凝固过程温度场应力场数值模拟系统，对定向凝固过程进行更为全面的数值模拟分析。

# 华中科技大学硕士学位论文

---

## 致 谢

随着本篇硕士学位论文的完结，我在华中科技大学 6 年的求学生活也随之结束，那个刚踏入华科校园时懵懂的少年也学会了很多，回想起这些年来的点点滴滴，需要感谢的人实在很多！

首先，我要感谢我的导师廖敦明教授。廖老师渊博的学术知识、严谨的治学态度、一丝不苟的工作作风使我受益匪浅。同时，廖老师宽厚豁达的为人和平易近人的生活态度让我感受到家人般的温暖，廖老师教我做人和做学问的道理将使我终身受益。我还要感谢周建新教授、庞盛永老师和殷亚军老师，他们精益求精的工作态度和极高的工作效率一直激励着我。另外，我要感谢实验室的陈涛博士后，感谢他在我每次遇到科研困难的时候总是耐心地指导和建议，他的指引和教导让我在科研道路上有了更大的追求。我还要感谢实验室软件中心的罗晓华、栾添舒、张明初和朱思成等老师，他们都给我的科研工作提供过莫大的帮助。

然后，我要感谢同课题组的所有兄弟姐妹，感谢他们这些年在学习和生活上给我的帮助，也十分珍惜与大家一起度过的研究生时光。感谢龚雪丹师姐、孙飞师兄、沈旭师兄、董长春师兄、周聪师兄、贾永臻师兄在我刚进入实验室的日子里对我的帮助，感谢汪俊师兄、王文师兄、周晓静师姐、陈鑫师兄、汤群师姐、凌云师兄对我生活上的关心，感谢滕子浩、唐正平、李文、梁吕捷、张超、贺云峰、徐少斌等一起聊天打球的好兄弟，感谢李俊浩、唐玉龙、张兆创等师弟对我科研上的帮助。

最后，我要深深地感谢我的家人。感谢父母给了我生命，他们给了我全部的感情和牵挂，让我在求学过程中能无所顾虑并满怀感恩。感谢身在天国的奶奶，只愿来世去回报您对我那么多年的养育之恩。感谢哥哥姐姐对我生活上无微不至的关怀与照顾。

谨以此文献给我的母校华中科技大学，愿她越来越好！

曹流

2015 年 05 月于华中科技大学



参考文献

- [1] 黄天佑. 我国铸造业的长远发展思路与措施[J]. 铸造技术, 2007, 28(5):576-581.
- [2] 陈荣章. 航空铸造涡轮叶片合金和工艺发展的回顾与展望[J]. 航空制造技术, 2002 (2): 19-23.
- [3] 苏彦庆, 郭景哲, 刘畅, 等. 定向凝固技术与理论研究的进展[J]. 特种铸造及有色合金, 2006, 26(1):25-30.
- [4] 柳百成. 铸造技术与计算机模拟发展趋势[J]. 铸造技术, 2005, 26(7):611-617.
- [5] Nakajima K, Zhang HW, Oikawa K, et al. Methodological progress for computer simulation of solidification and casting[J]. ISIJ INTERNATIONAL, 2010, 50(12):1724-1734.
- [6] 郝良品, 田卫星, 郑洪亮, 等. 定向凝固过程的数值模拟进展[J]. 铸造, 2007, 56(7):704-707.
- [7] 廖敦明, 陈立亮, 周建新, 等. 铸造CAD/CAE技术的研究与应用[C]. 21省市铸造学术年会. 2006.
- [8] 周建新. 铸造计算机模拟仿真技术现状及发展趋势[J]. 铸造, 2012, 61(10):1105-1115.
- [9] 陈涛. 基于有限元法的铸造热应力数值模拟及其智能化技术的研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2013.
- [10]<http://www.esi-group.com/software-services/>.
- [11]<http://www.magma-soft.com/>.
- [12]<http://www.intecast.com/>.
- [13]张卫国, 刘林, 赵新宝, 等. 定向凝固高温合金的研究进展[J]. 铸造, 2009, 58(1):1-6.
- [14]陈光, 李建国, 傅恒志. 先进定向凝固技术[J]. 材料导报, 1999, 13(5):5-7.
- [15]VerSnyder F L, Shank M E. The development of columnar grain and single crystal

- high temperature materials through directional solidification[J]. *Mate. Sci. Eng*, 1970, 6(4):213-247.
- [16] Whitesell H S, Overfelt R A. Influence of solidification variables on the microstructure, macrosegregation, and porosity of directional solidified Mar-M247[J]. *Mate. Sci. Eng A*, 2001, 318(1):264-276.
- [17] Hiroshi HARADA. High temperature materials for gas turbines: the present and future[C]. IGTC. 2003.
- [18] Giamei A F, Tschinkel J G. Liquid metal cooling: A new solidification technique[J]. *Metallurgical transactions A*, 1976, 7(9):1427-1434.
- [19] Quested P N, Mclean M. Solidification morphologies on directionally solidified superalloys[J]. *Mate. Sci. Eng A*. 1984, 65(1):171-178.
- [20] Cetel A D, Duhl D N. Second generation columnar grain Nickel-base superalloy[C]. USA: TMS. 1992.
- [21] Earl W Ross, Kevin S Ohara. Rene142: A high strength, Oxidation resistant DS turbine airfoil alloy[C]. UGA:TMS. 1992.
- [22] Kobayashi T, Sato M, Koizumi Y, et al. Development of a third generation DS superalloy[C]. UGA:TMS. 2000.
- [23] Kobayashi T, Koizumi Y, Yamagata T, et al. Development of a 4<sup>th</sup> generation DS superalloy[C]. UGA:TMS. 2002.
- [24] 陈荣章. 北京航空材料研究院铸造高温合金及工艺发展 40 年[J]. *材料工程*, 1998 (10):3-10.
- [25] 李雯霞. 定向凝固技术现状与展望[J]. *中国铸造装备与技术*, 2009 (2):9-13.
- [26] VerSnyder F L, Guard R W. Directional grain structure for high temperature strength[J]. *Trans. ASM*, 1960, 52: 485.
- [27] VerSnyder F L, Barlow R B, Sink L W, et al. Directional solidification in the precision casting of gas-turbine parts[J]. *MOD CAST*, 1967, 52(6): 68-75.

- [28] Higginbotham G J S. From research to cost-effective directional solidification and single-crystal production—an integrated approach[J]. *Materials science and technology*, 1986, 2(5): 442-460.
- [29] Sahm P R, Lorenz M. Strongly coupled growth in faceted-nonfaceted eutectics of the monovariant type[J]. *Journal of Materials Science*, 1972, 7(7): 793-806.
- [30] 杨森, 黄卫东, 林鑫, 等. 定向凝固技术的研究进展[J]. *兵器材料科学与工程*, 2000, 23(2):44-50.
- [31] 彭广威, 刘健, 李理, 等. 定向凝固理论及技术的现状[J]. *铸造设备研究*, 2005 (4):44-47.
- [32] 周振平, 李荣德. 定向凝固试验研究现状[J]. *特种铸造及有色合金*, 2003 (2):35-38.
- [33] 卢玉章, 王大伟, 张健, 等. 液态金属冷却法制备单晶铸件凝固过程的实验与模拟[J]. *铸造*, 2009, 58(3):245-248.
- [34] 马教栋, 杨忠贤, 王文英, 等. 液态金属冷却定向凝固 DZ17 合金的下浸速度与组织和性能的关系[J]. *上海钢研*, 1984, 4:16-21.
- [35] 刘金洪, 刘林, 黄太文, 等. 液态金属冷却定向凝固设备的研制[J]. *铸造*, 2010, 59(8):822-825.
- [36] 葛丙明, 刘林, 黄太文, 等. 液态金属冷却法在高温合金定向凝固中的应用[J]. *铸造*, 2009, 58(9):910-917.
- [37] Forsund K. Das Eindringen von Stahl in Formsand Einflub der Oberflächen reaktion unter Temperatur[J]. *Giesserei Techn Wiss Beih*, 1962, 14(2): 51-61.
- [38] Ohnaka I. Computer application in heat transfer and solidification[M]. Tokyo: Maruzen, 1985.
- [39] Sharma D G R, Krishnan M, Ravindran C. Determination of the rate of latent heat liberation in binary alloys[J]. *Materials characterization*, 2000, 44(3): 309-320.
- [40] Barkhudarov M R, Hirt C W. Casting simulation: Mold filling and solidification:

## 华中科技大学硕士学位论文

---

- Benchmark calculations using FLOW-3D[J]. Modeling of Casting, Welding and Advanced Solidification Processes (MCWASP VII), London, 1995: 935-946.
- [41]赵永美.铝合金气缸盖凝固过程温度—应力场有限元分析及优化[D]. 硕士学位论文. 江苏: 东南大学, 2006.
- [42]和志宏. 铸件凝固过程三维温度场的数值模拟[D]. 硕士学位论文. 太原: 太原机械学院, 2003.
- [43]陈瑶, 邱伟, 李永保等. 国内外铸造充型凝固过程数值模拟的研究进展. 北京, 中国第三届铸造厂长(经理)会议论文集, 1997(5):16-27.
- [44]荆涛. 三维集成铸造工艺 CAD/CAE 系统的研究. 清华大学工学博士学位论文[D]. 博士学位论文. 北京: 清华大学, 1993.
- [45]陈瑶, 柳百成. 国内外铸造过程应力场数值模拟技术的研究进展. 中国机械工程 [J]. 1996 (4):50-54.
- [46]廖敦明, 陈立亮, 刘瑞祥等. 铸造 CAD/CAE/CAM 一体化技术[J]. 铸造, 2005 (7):704.
- [47]谢洪吉, 李嘉荣, 金海鹏, 等. DD6 单晶高温合金导向叶片定向凝固数值模拟[J]. 材料工程, 2011, 11:58-61.
- [48]刘世忠, 李嘉荣, 钟振钢. 第二代单晶高温合金空心涡轮叶片凝固过程数值模拟研究[J]. 材料科学与工艺, 1999, 7:136-138.
- [49]薛明, 曹腊梅, 刘世忠, 等. 定向凝固过程中型芯型壳温度场数值模拟[J]. 铸造, 2007, 56(3):287-289.
- [50]洪耀武, 孙长波, 康进武, 等. 定向凝固简化空心叶片热应力数值模拟[J]. 铸造, 2011, 60(8):759-764.
- [51]崔锴, 许庆彦, 于靖, 等. 高温合金叶片定向凝固过程中辐射换热的计算[J]. 金属学报, 2007, 43(5):465-471.
- [52]潘冬, 许庆彦, 柳百成, 等. 考虑炉壁温度变化的高温合金叶片定向凝固过程模拟[J]. 金属学报, 2010, 46(3):294-303.

- [53] H. J. Dai, J. C. Gebelin, N. D. Souza, et al. Effect of spiral shape on grain selection during casting of single crystal turbine blades[J]. *International Journal of Cast Metals Research*, 2009, 22(1-4):54-57.
- [54] 许庆彦, 潘冬, 于靖, 等. 数值模拟技术在航空发动机高温合金单晶叶片制造中的应用[J]. *航空制造技术*, 2011 (4):26-31.
- [55] 郭如峰, 刘林, 李亚峰, 等. 液态金属冷却法制备 DD403 合金过程温度场和晶粒组织的数值模拟[J]. *铸造*, 2014, 63(2):145-151.
- [56] Kermanpur A, Varahram N, Davami P, et al. Thermal and grain structure simulation in a land-base blade turbine directionally solidified with the liquid metal cooling process[J]. *Metallurgical and Materials Transaction B*, 2000, 31(6):1293-1304.
- [57] 竹勋萍. 金属型铸造凝固过程铸件/铸型界面换热系数的研究[D]. 硕士学位论文. 天津: 天津理工大学, 2009.
- [58] 胡黎辉. 金属凝固过程温度场模拟并行软件开发[D]. 硕士学位论文. 重庆: 重庆大学, 2007.
- [59] 刘永志. 温度场的有限元数值模拟及其在塑件和模具冷却分析中的应用[D]. 硕士学位论文. 郑州: 郑州大学, 2003.
- [60] 周聪, 廖敦明, 陈涛, 等. 基于有限元法的空冷过程温度场数值计算及程序开发[J]. *铸造*, 2013, 62(9): 850-854.
- [61] 王勳成. 有限单元法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003:441-450.
- [62] Philip J. Schneider, David H. Eberly. 计算机图形学几何工具算法详解[M]. 北京: 电子工业出版社, 2005:234-493.
- [63] 周建新, 刘瑞祥, 陈立亮, 等. 凝固过程数值模拟中的潜热处理方法[J]. *铸造*, 2001, 50(7):404-407.
- [64] 孙天亮. 不同凝固潜热处理方法对计算铸坯温度场影响的评估[J]. *冶金自动化*, 2004, 增刊:79-82.
- [65] 徐宏, 侯华, 赵宇宏, 等. 铸造合金凝固模拟潜热处理综合模型研究[C]. 第三届有色合金及特种铸造国际会议. 2003.

## 华中科技大学硕士学位论文

---

- [66]Kutateladze S S. Liquid-metal heat transfer media[M]. Consultants Bureau, 1959.
- [67]马敦栋, 杨忠贤, 王文英, 等. 液态金属冷却定向凝固 DZ17 合金的下浸速度与组织和性能的关系[J]. 上海钢研, 1984, 4:16-21.
- [68]张卫国, 刘林, 黄太文, 等. 定向凝固 ZMLMC 法温度梯度的测定及其对凝固组织的影响[J]. 铸造技术, 2006, 27(11):1165-1168.
- [69]Elliott A J, Pollock T M, Tin S, et al. Directional solidification of large superalloy castings with radiation and liquid-metal cooling: A comparative assessment[J]. Metallurgical and Materials Transactions A, 2004, 35(10): 3221-3231.

**附录 I 攻读硕士学位期间发表的论文**

- [1] 曹流, 廖敦明, 曹腊梅等. 基于有限元法的熔模铸造过程温度场模拟软件自主开发[J]. 铸造, 2014, 63(12):1235-1240.
- [2] 曹流, 廖敦明, 周聪等. 基于有限元法的多材质铸件温度场模拟软件自主开发[C]. 2014年(第七届)中国压铸、挤压铸造、半固态加工年会压铸专刊, 2014:465-469.
- [3] 曹流, 廖敦明, 曹腊梅等. 基于有限元法的熔模铸造过程温度场模拟软件自主开发[C]. 2014中国铸造活动周, 2014.